

Teleinformatyka, rok I

12 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

Zadanie 1. Narysuj powierzchnie:

- (1) $z = xy$,
- (2) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - z = 0$,
- (3) $x^2 + y^2 = 8z$,
- (4) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Zadanie 2. Zbadaj obszar określoności funkcji:

- (1) $f(x, y) = \ln(y^2 - 4x + 8)$,
- (2) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$,
- (3) $f(x, y) = \arcsin \frac{x^2 + y^2}{4} + \arccos \frac{1}{x^2 + y^2}$.

Zadanie 3. Oblicz granice funkcji:

- (1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 16} - 4}$,
- (2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}$,
- (3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^4 y^4)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$,
- (4) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)^+} \log_x(x + y)$.

Zadanie 4. Oblicz, o ile istnieją, granice iterowane i sprawdź, czy istnieje granica funkcji:

- (1) $f(x, y) = x \sin \frac{1}{y}$ w punkcie $(0, 0)$,
- (2) $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2}$ w punkcie $(0, 0)$.

Zadanie 5. Zbadaj ciągłość funkcji:

- (1) $f(x, y) = \frac{y^2 + 2x}{y^2 - 2x}$.
- (2) $f(x, y) = \frac{\sin(x^2) \sin(y^2)}{x^2 + y^4}$.

Zadanie 6. Zbadaj ciągłość funkcji:

$$(1) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x-y} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Zadanie 7. Oblicz pochodne cząstkowe funkcji:

$$(1) \quad f(x, y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2},$$

$$(2) \quad f(x, y) = \ln \frac{\sqrt{x^2+y^2}-x}{\sqrt{x^2+y^2}+x},$$

$$(3) \quad f(x, y) = \arctg \frac{x+y}{x-y},$$

$$(4) \quad f(x, y, z) = \sin \frac{x^2+z}{x^2+y^2+z^2},$$

$$(5) \quad f(x, y, z) = \ln(x + y + z),$$

$$(6) \quad f(x, y, z) = x^{y^z}.$$