

Teleinformatyka, rok I

14 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

1. Oblicz całki podwójne:

a) $\iint_D y^2 \sqrt{R^2 - x^2} dx dy$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}$,

b) $\iint_D \sin(x+y) dx dy$, D - trójkąt o wierzchołkach $A = (0, 0)$, $B = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $C = (\pi, 0)$,

c) $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) dx dy$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4, x^2+y^2 \geq 1, y \geq x\}$,

d) $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$.

2. Znajdź pole płata powierzchniowego:

a) wyciętego walcem $x^2 + y^2 = a^2$ ze sfery $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ($a < R$),

b) wyciętego walcem $x^2 + y^2 = Rx$ ze sfery $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

3. Znajdź pole powierzchni całkowitej bryły ograniczonej sferą $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$ i paraboloidą $x^2 + y^2 = 2az$ ($a > 0$).

4. Opisz we współrzędnych sferycznych bryłę zadaną nierównościami:

a) $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{5 - x^2 - y^2}$, $x \geq 0$,

b) $x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 4 - x^2 - y^2$, $x \geq 0$.

5. Opisz we współrzędnych walcowych bryłę zadaną nierównościami:

$$x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 4 - x^2 - y^2, x \geq 0, z \geq 0.$$

6. Oblicz objętość bryły ograniczonej powierzchniami o równaniach:

a) $z = 2x^2 + y^2 + 1$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$,

b) $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$,

c) $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x^2 + y^2 = z - 1$,

d) $z = 4 - x^2 - y^2$, $z^2 = 2x^2 + 2y^2$ ($z \geq 0$).

7. Oblicz masę bryły ograniczonej powierzchniami $z = 2 - x^2 - y^2$ oraz $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ wiedząc, że gęstość w punkcie (x, y, z) jest równa kwadratowi odległości tego punktu od osi z .