1. Narysuj zbiory:

   (a) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ |x|+|y|>1,\ x^2+y^2\leqslant 1\}$,
   (b) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ |x-y|<1,\ |x+y|<1\}$,
   (c) $\langle 0,1\rangle\times\langle 0,2\rangle$,
   (d) $\langle 0,1\rangle\times\langle 0,1\rangle\times\langle 0,1\rangle$,
   (e) $\langle 0,1\rangle\times\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2=4\}$,
   (f) $\mathbb{R}\times\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2=4\}$.

2. Wyznacz szukane zbiory:

   (a) $A\cap B=?$ dla $A=\mathbb{D}_f,\ f(x)=\sqrt{\sin x}$, $B=\mathbb{D}_g,\ g(x)=\log(1-2\cos x)$,
   (b) $A\cap C=?,\ B\setminus C=?,\ A\cup B=?$ dla $A=\{x\in\mathbb{R}:\log_2(x+2)<2\}$,
   $B=\{x\in\mathbb{R}:\log_{0,5}(x+2)<2\},\ C=\{x\in\mathbb{R}:\log_x(x+2)<2\}$,
   (c) $A\cup B=?\ A\cap B=?$ dla $A=\{x\in(-\pi,\pi):\cos 4x=\sin(\frac{3}{2}\pi+2x)\}$,
   $B=\{x\in(-\pi,\pi):\frac{1}{\sin 2x}<\frac{2}{\sqrt{3}}\}$.

3. Znajdź majoranty i minoranty zbioru A oraz wyznacz $\sup A,\ \inf A,\ \max A,\ \min A$:

   (a) $A=(0,3\rangle\cup\{4\}$
   (b) $A=(1,5\rangle\cup\langle 7,9)$,
   (c) $A=\{x\in\mathbb{R}:x=\frac{1}{n},n\in\mathbb{N}\}$.

4. Oblicz:
   $\log_5 5\sqrt{5},\ \log_{\frac{1}{9}} 3\sqrt[3]{3},\ \log_{\frac{\sqrt{2}}{4}} 8,\ 3^{\log_3 5},\ 16^{\log_2 3}$.

5. Rozwiąż równania i nierówności:

   (a) $\sqrt{x^2+x+1}=x$,
   (b) $\sqrt{2+x-x^2}>x-1$,
   (c) $2^{2|x+1|}>\frac{1}{256}$,
   (d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2}>\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^x$,
   (e) $\log\sqrt{x^2+5}-\log\sqrt{x+2}=\log\frac{3}{2}$,
   (f) $\log_{\frac{1}{3}}[\log_4(x^2-5)]>0$,
   (g) $\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)}>3$,
   (h) $x^{\log_2(x+2)+\log_2(x+3)}=\frac{1}{x}$.

6. Dwoma sposobami (używając tabeli Hornera oraz algorytmu dzielenia wielomianóow) rozwiąż równanie: $x^4-2x^3+2x-1=0$.

7. Wiedząc że 2 i 3 są pierwiastkami wielomianu $2x^3+mx^2-13x+n$, znajdź trzeci pierwiastek.

8. Znajdź dziedzinę funkcji f:

   (a) $f(x)=\operatorname{arctg}(\log_{x-2}(x+\sqrt{2x+1}))$,
   (b) $f(x)=\arcsin\left(\frac{4^x+3\cdot 2^x+2}{4^x-4}\right)$,
   (c) $f(x)=\log_x(2^x-8)$,
   (d) $f(x)=\sqrt{\log\frac{1-x}{x+1}}$.

9. Zbadaj parzystość:

   (a) funkcji $f(x)=x+\frac{1}{x}$,
   (b) funkcji $g(x)=(x^3+x)\sin x$,
   (c) funkcji $h(x)=\frac{2^x+1}{2^x-1}$,
   (d) iloczynu dwóch funkcji parzystych,
   (e) iloczynu dwóch funkcji nieparzystych,
   (f) iloczynu funkcji parzystej i nieparzystej.

10. Zbadaj injektywność i surjektywność

(a) $f(x) = |x-2|$, (b) $g(x) = \sqrt{2-x^2}$, (c) $h(x) = \log|x|$, (d) $z(x) = \sqrt[3]{x}$.

11. Znajdź funkcje, z których utworzone są następujące funkcje złożone:

(a) $f(x) = (2x^2+x+1)^4$, (b) $g(x) = \sqrt{1+x^2}$, (c) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_4 \operatorname{tg} x}}$.

12. Niech $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^3$. Podaj przepisy funkcji $f \circ g$ oraz $g \circ f$.

13. Narysuj wykresy funkcji:

(a) $y = |\arcsin|x|| - 1$, (c) $y = 2^{|x-1|}$, (e) $y = \arcsin(\sin x)$.
(b) $y = |\log|x+1|| - 2$, (d) $y = \frac{\pi}{2} - |\mathrm{arctg} x|$,

14. Oblicz:

(a) $\arccos(-\frac{1}{2}) + \mathrm{arctg}(\operatorname{tg} \frac{9\pi}{5}) + \sin(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}) + \mathrm{arcctg}(-1)$,
(b) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \mathrm{arcctg}(\operatorname{ctg} \frac{8\pi}{7}) + \sin(\arcsin(-\frac{1}{2})) + \mathrm{arctg}(-1)$.

15. Wyznacz funkcję odwrotną do funkcji:

(a) $f\colon (-\infty, 0] \ni x \mapsto x^2 \in [0, \infty)$, (c) $f\colon \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \ni x \mapsto \operatorname{tg} x \in \mathbb{R}$,

(b) $f\colon \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \ni x \mapsto \sin x - 1 \in [-2, 0]$, (d) $f\colon \left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}\right] \ni x \mapsto \sin x \in [-1, 1]$.