Teleinformatyka, rok I

13 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

1. Znajdź gradient funkcji $f(x,y) = \operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x}$ w punkcie $A = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, a następnie wykorzystując tę informację oblicz pochodną kierunkową funkcji f w punkcie A w kierunku wersora stycznej w tym punkcie do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 2x$.

2. Oblicz pochodną kierunkową funkcji $f(x,y) = 2x^2 - 3y^2$ w punkcie $A = (1,0)$ w kierunku wersora tworzącego z osią OX kąt $120°$.

3. Oblicz pochodną kierunkową funkcji $f(x,y,z) = \frac{x}{x^2+y^2+1}$ w punkcie $(0,-1,2)$ w kierunku wektora $[2,3,1]$.

4. Wyznacz ekstrema lokalne funkcji f, jeśli:

a) $f(x,y,z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$ oraz
$\mathbb{D}_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x > 0,\ y > 0,\ z > 0\}$,

b) $f(x,y,z) = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$,

c) $f(x,y) = xy(3 - x - y)$,

d) $f(x,y,z) = 2x - y + z + \frac{8}{x} - \frac{4}{y} + \frac{4}{z}$,

e) $f(x,y,z) = x^3 + 2y^2 + z^2 - xy + 2yz - x$.

5. Znajdź odległość punktu $A = (0,1,0)$ od powierzchni o równaniu $y = xz$.

6. Liczbę dodatnią a przedstaw w postaci sumy takich trzech składników dodatnich, aby ich iloczyn był największy.

7. Zbadaj ekstrema funkcji $z = x^2 - y^2$ przy warunku $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

8. Zbadaj ekstrema funkcji $z = 5 - 2x^2 - 2y^2$ przy warunku $x + y = 8$.

9. Zbadaj ekstrema funkcji $z = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$ przy warunku $x^2 + y^2 = 1$.

10. Zbadaj ekstrema funkcji $f(x,y,z) = x+y+2z$ przy warunku $x^2+y^2+z^2 = 1$.

11. Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji z w obszarze $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leqslant 1\}$ gdy $z = x^2 - y^2$.

12. Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji z w obszarze $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leqslant 1\}$ gdy $z = x^2 - xy + y^2$.
13. Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji f w obszarze $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leqslant z \leqslant 1\}$ gdy $f(x,y,z) = x + y + z$.
14. Znajdź wartość największą i najmniejszą funkcji f w obszarze $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 100\}$ gdy $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$.