

## Teleinformatyka, rok I

### 3 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

1. Oblicz (jeżeli istnieją) granice funkcji:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 4}{3x^3 + x^2 - x - 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x^2 - 25}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^2 - 4}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5(5x) \cos^{17}(17x)}{\cos^9(9x) \cos^{13}(13x)}$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sqrt{1 - 3x}$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sqrt{1 + \sin x}$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$$

$$\text{o) } \lim_{x \rightarrow -1} e^{\frac{1}{x+1}}$$

$$\text{p) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}$$

2. Znajdź granicę lewostronną i granicę prawostronną funkcji:

$$\text{a) } f_1(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1} \text{ w punkcie } x = 0$$

$$\text{b) } f_2(x) = 2^{\frac{1}{x-a}} \text{ w punkcie } x = a$$

$$\text{c) } f_3(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{dla } -\infty < x < 0 \\ \sin \frac{1}{x} & \text{dla } 0 < x < \infty \end{cases} \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$\text{d) } f_4(x) = \arctan \frac{1}{1-x} \text{ w punkcie } x = 1$$

3. Zbadaj ciągłość funkcji:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x}{|x|} \quad \text{b) } g(x) = x \sin \frac{1}{x}$$

$$\text{c) } h(x) = \operatorname{sgn} x$$

4. Czy istnieje taki parametr  $t$ , że funkcja  $f$  jest ciągła?

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{\sqrt[3]{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{\sqrt{4x-3}-1} & \text{dla } x \neq 1 \\ t & \text{dla } x = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ t & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$