

## Teleinformatyka, rok I

### 5 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

1. Oblicz granice:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^{x^2}}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} [\ln(1 + x)]^x$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x - 1)e^{\frac{1}{x-1}} - x]$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \sin^2 x - 1}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \ln \frac{1}{x} \right)^x$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^{\frac{1}{x - \frac{\pi}{2}}}$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x}$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x \ln(x - 1)$$

2. Znajdź asymptoty wykresów funkcji danych wzorami:

$$f_1(x) = xe^{\frac{1}{x}}, \quad f_2(x) = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right), \quad f_3(x) = \frac{1}{e^x - 1},$$

$$f_4(x) = x \ln \frac{x}{x-2}, \quad f_5(x) = \frac{x^2 \arctan x}{x}, \quad f_6(x) = \frac{x}{\ln x}$$

3. Zbadaj różniczkowalność funkcji w punkcie  $x = 0$ . Sprawdź, czy funkcje są klasy  $\mathcal{C}^1$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{dla } x > 0 \\ x^3 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}}{2} & \text{dla } x \geq 0 \\ \frac{x+1}{2} & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$