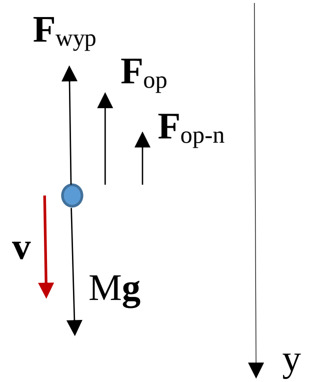
Wzór Stokesa – niskie wartości Re



Rozważamy (znany nam z Pracowni Fizycznej) przypadek sferycznej cząsteczki, opadającej z prędkością $v = v(t)$ w (nieruchomym) płynie. Równanie Newtona dla tego jednowymiarowego ruchu ma postać

$$M_{cz}\frac{dv_y}{dt} = F_{\text{ciążenia}} - F_{\text{wyporu}} - F_{\text{oporu stacjonarnego}} - F_{\text{oporu niestacjonarnego}}$$

$$\equiv F_c - F_w - F_S - F_n.$$

Różnica sił ciążenia i wyporu = różnicy ciężarów: cząstki i wypartej przez cząstkę objętości płynu:
$F_c - F_w = M_{cz}g - M_{pl}g = V_{cz}(\rho_{cz} - \rho_{pl})g.$
Siła F_S to wzór Stokesa.

$$F_n = \frac{1}{2}M_{pl}\frac{dv_y}{dt} + \frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho_{pl}\mu}\int_0^t \frac{dv_y}{dt'}\frac{dt'}{\sqrt{t-t'}}.$$

Pierwszy z nich pochodzi od konieczności przyspieszenia nie tylko samej cząstki, ale także płynu będącego w jej bezpośrednim sąsiedztwie; drugi (tzw. przyczynek Basseta) to „historia" cząstki (całkujemy względem czasu t' mierzonego „wstecz", od aktualnej chwili t.

Siła ta jest wywołana oporem działającym na cząstkę na skutek rozwoju lepkiej warstwy na jej powierzchni.

♣ Mei R., Lawrence C.J., Adrian, R.J. (1991). *Unsteady drag on a sphere at finite Reynolds number with small-amplitude fluctuations in the free-stream velocity.* J. Fluid Mech., **233**, 613–631

Tablica

Sedymentacja objętościowa – przypadek zerowego i pełnego mieszania

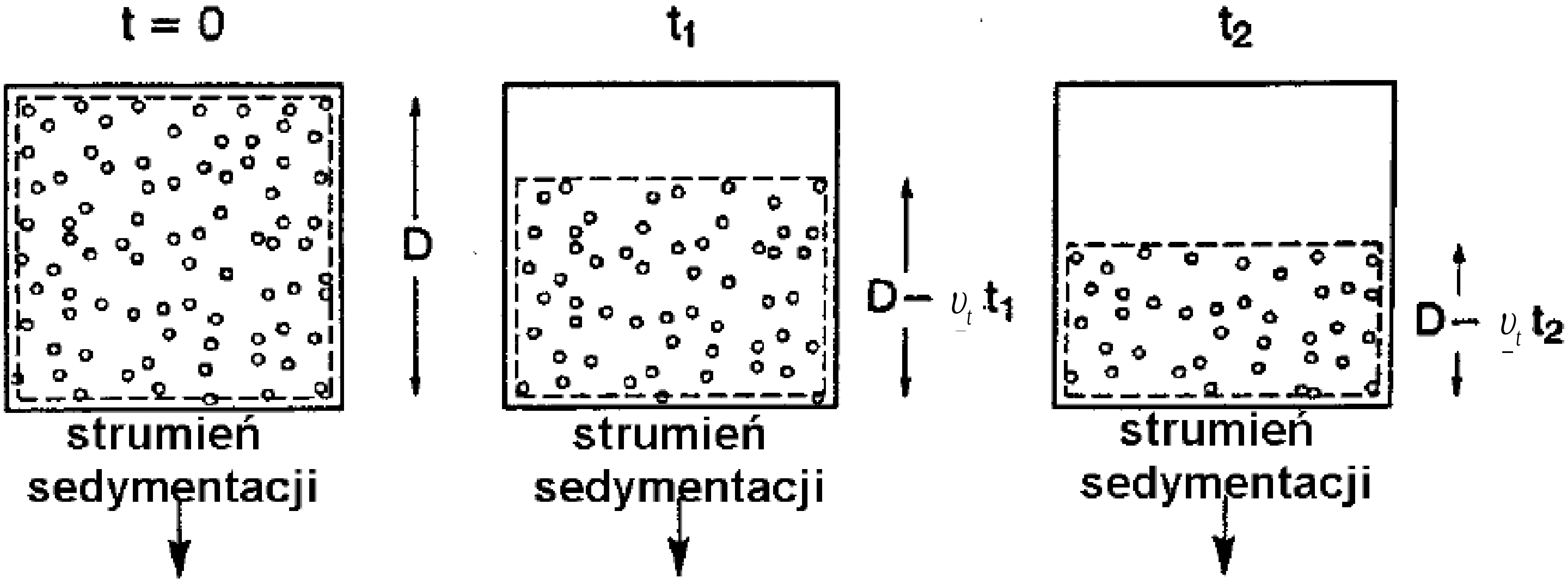
Prawo Stokesa odnosi się do pojedynczych cząstek.
Problemy środowiskowe koncentrują się na *układach* cząstek:
sedymentacja szczątków roślinności na dnie jeziora,
opadanie frakcji stałej aerozoli (pyły, pyłki roślinne),

Cztery proste przypadki sedymentacji:

- *sedymentacji objętościowej w nieruchomym płynie* - ang. *quiescent batch sedimentation*
- *sedymentacji objętościowej w nieruchomym płynie – z pełnym mieszaniem* - ang. *perfect-mix batch sedimentation*
- *„sedymentacji ciągłej", w tzw. przepływie tłokowym* - ang. *plug-flow sedimentation*
- *sedymentacja ciągła z przepływem tłokowym i z pełnym mieszaniem* - ang. *plug-flow, perfect-mix sedimentation*

Sedymentacja objętościowa w nieruchomym płynie

quiescent batch sedimentation



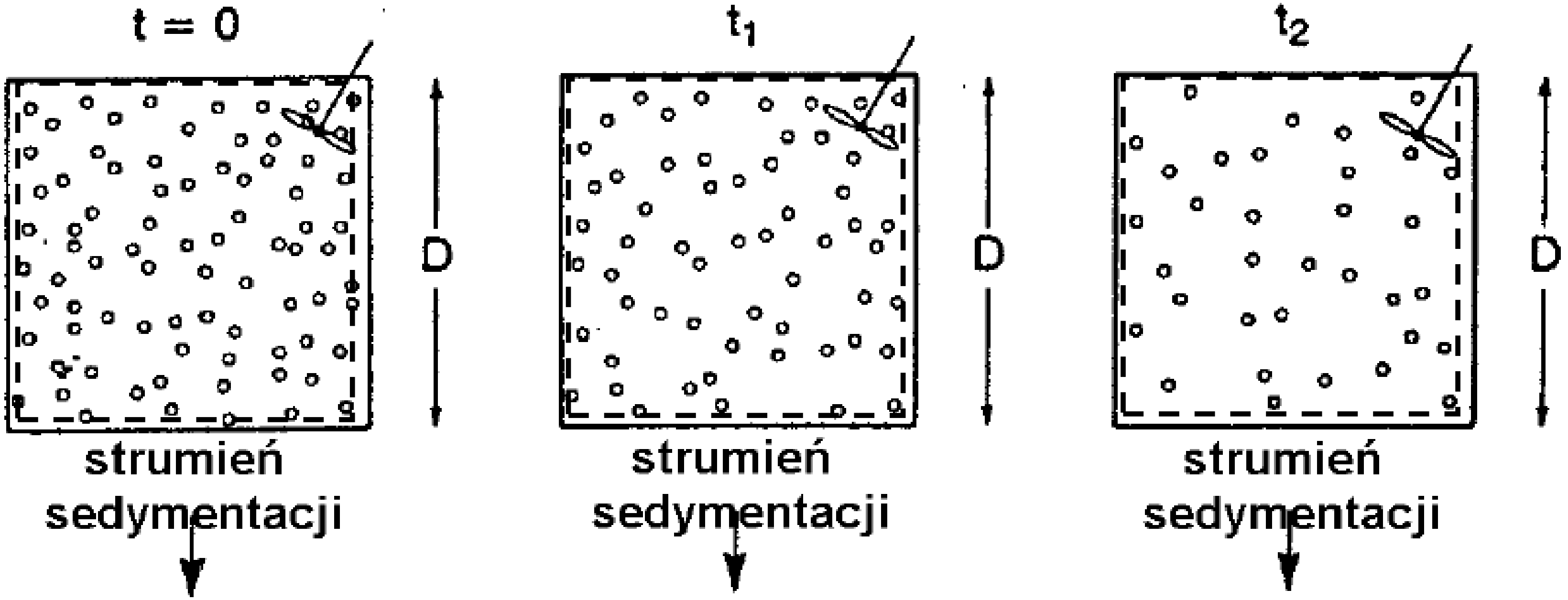
$$Q_{sed} = C_0 \upsilon_t A$$

Tablica

Sedymentacja objętościowa w nieruchomym płynie

- z pełnym mieszaniem

perfect-mix batch sedimentation



$$C(t) = C_0 \exp(-\upsilon_t t / D)$$

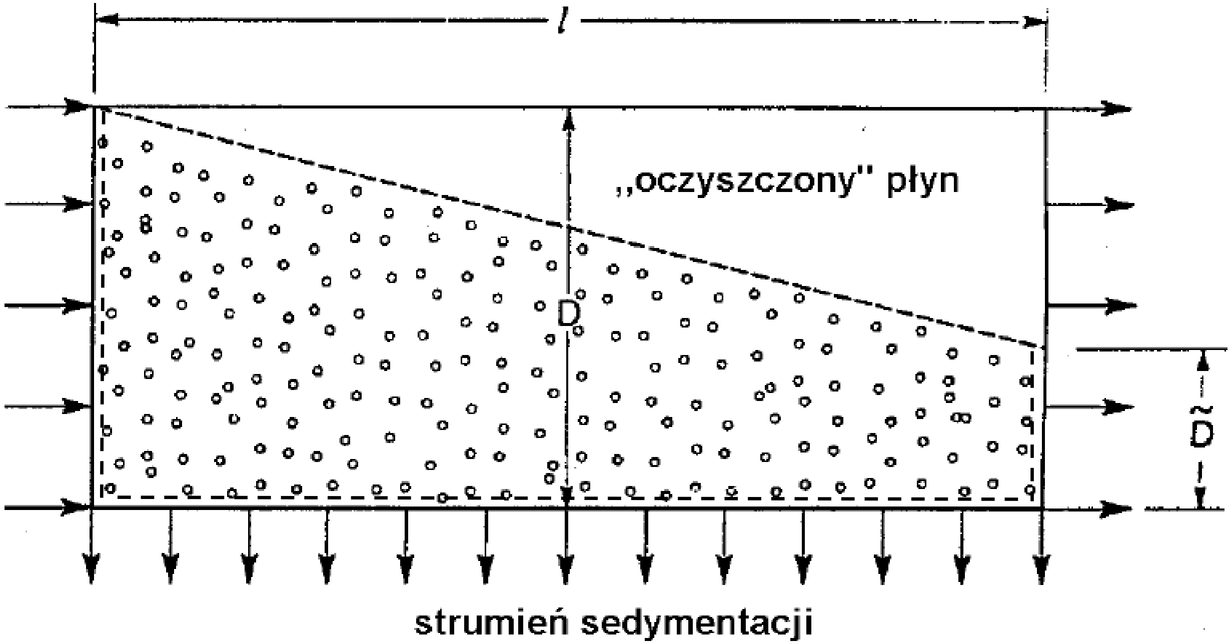
$$Q_{sed}(t) = Q_{sed,0}\, e^{-t/\tau} \qquad \tau = \frac{D}{\upsilon_t}$$

Tablica

Sedymentacja ciągła z przepływem tłokowym - bez mieszania

plug-flow sedimentation

Q_{in}, C_0



Q_{out}, C_0

$$Q_{out} = Q_{in}\,\tilde{D}/D$$

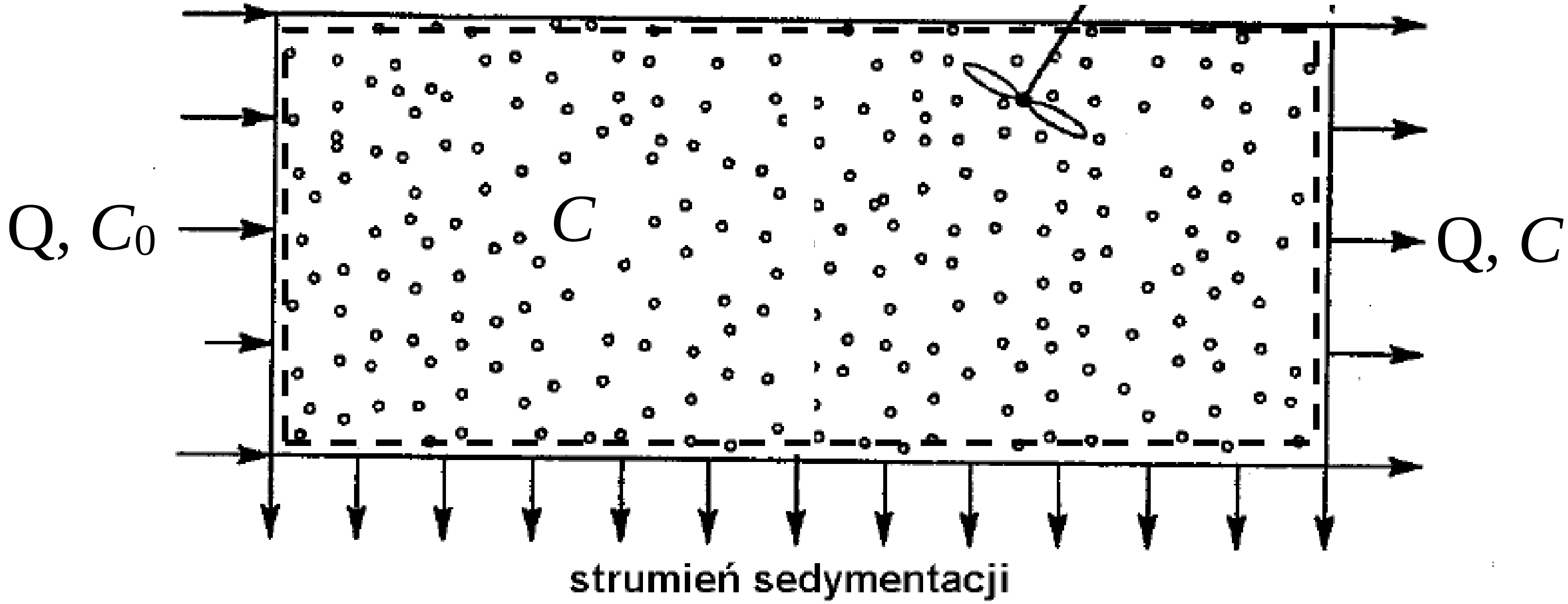
współczynnik sedymentacji $$R \overset{def}{=} \frac{Q_{sed}}{Q_{in} C_0}$$

$$R = \frac{\upsilon_t}{\upsilon_0} = 1 - \frac{\tilde{D}}{D}.$$

Tablica

Sedymentacja ciągła z przepływem tłokowym i z pełnym mieszaniem

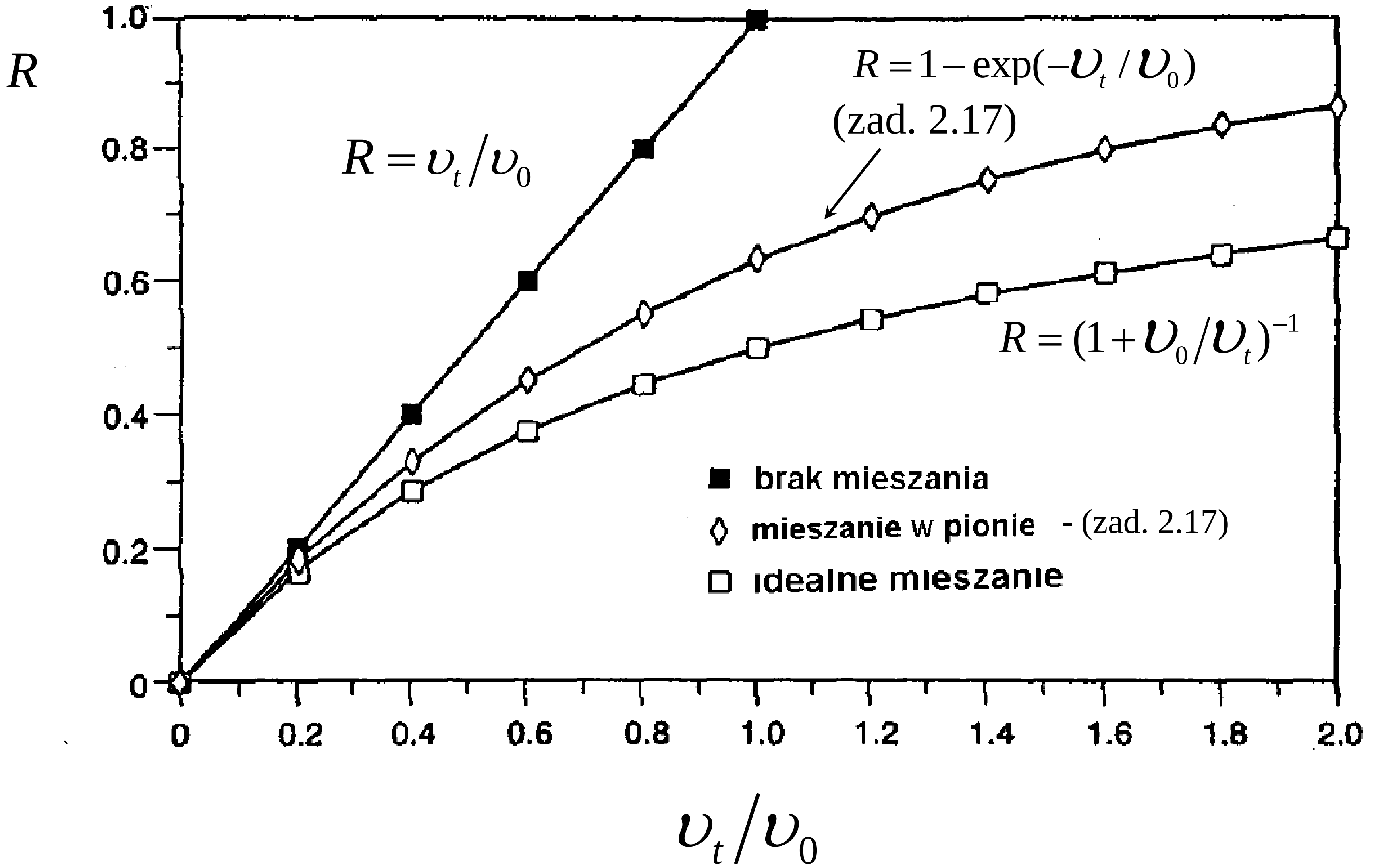
plug-flow, perfect-mix sedimentation



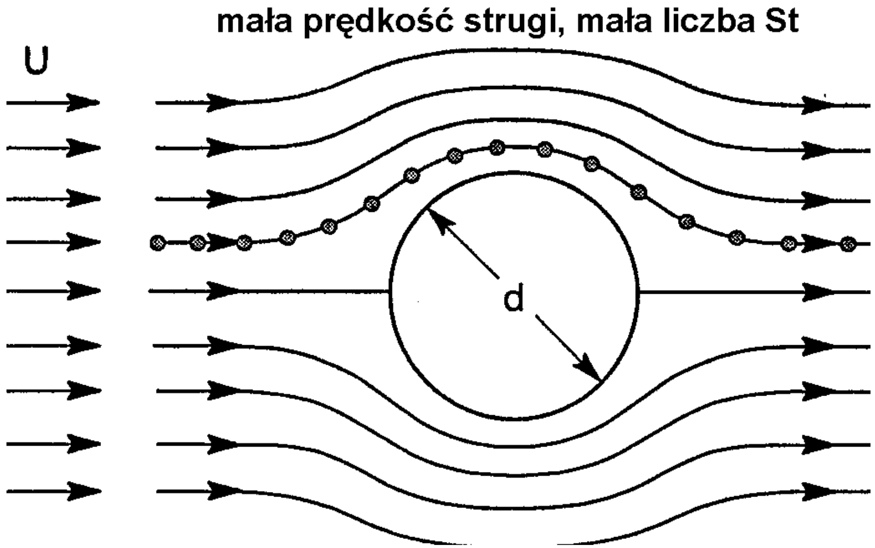
$$R = 1 - \frac{C}{C_0} = \frac{1}{1 + \frac{\upsilon_0}{\upsilon_t}}$$

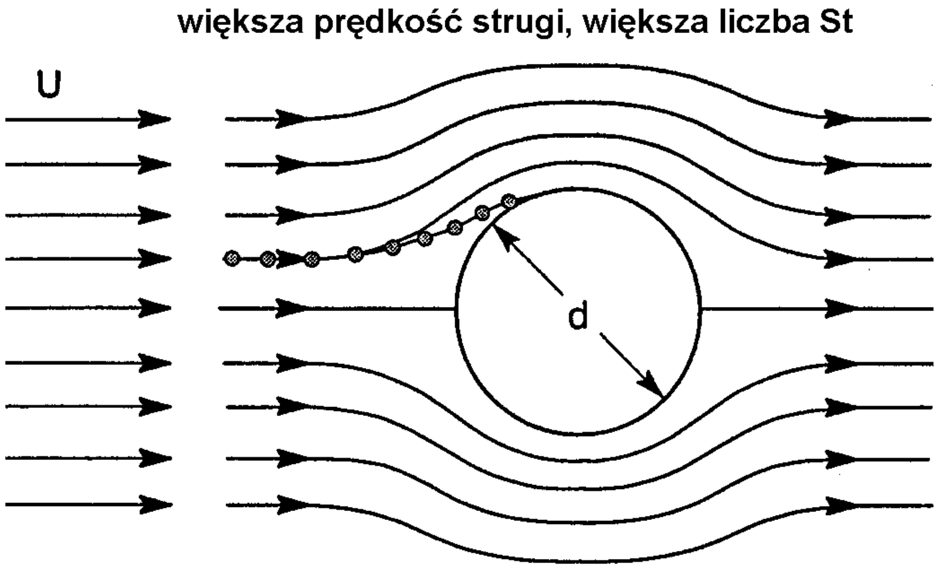
Tablica

Sedymentacja z przepływem tłokowym - podsumowanie



Cząsteczki poruszające się w płynie, który opływa przeszkodę z prędkością *U* - liczba Stokesa

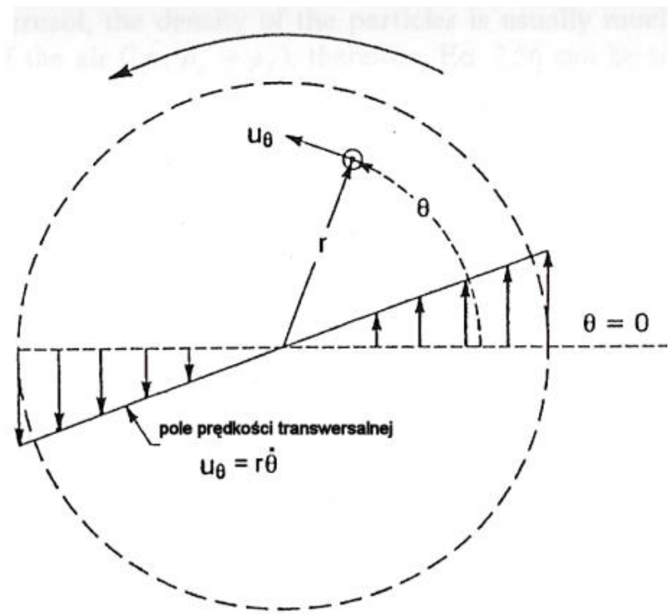


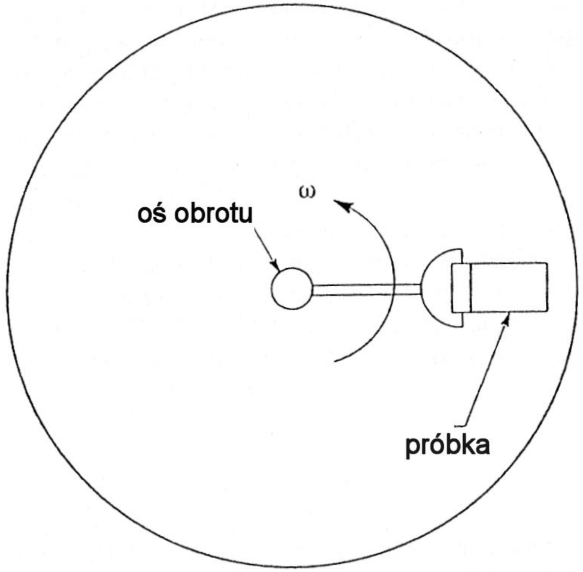


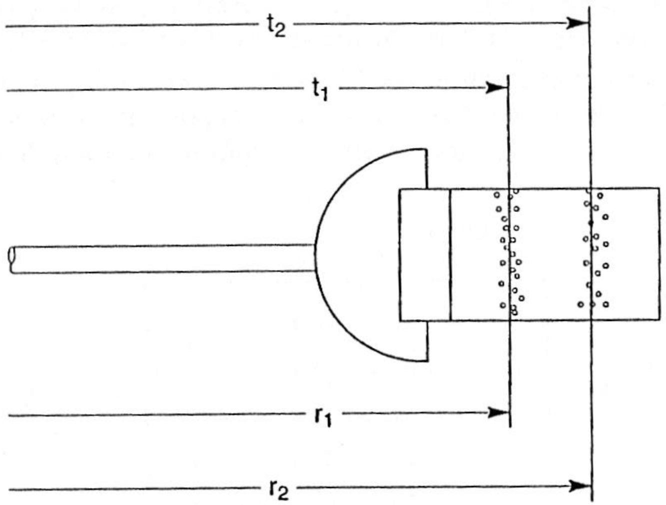
Tablica

Przepływy rotacyjne - wirówka

Przyjmujemy, że ciecz wiruje jak ciało sztywne, czyli $u_\theta = r\dot{\theta}$



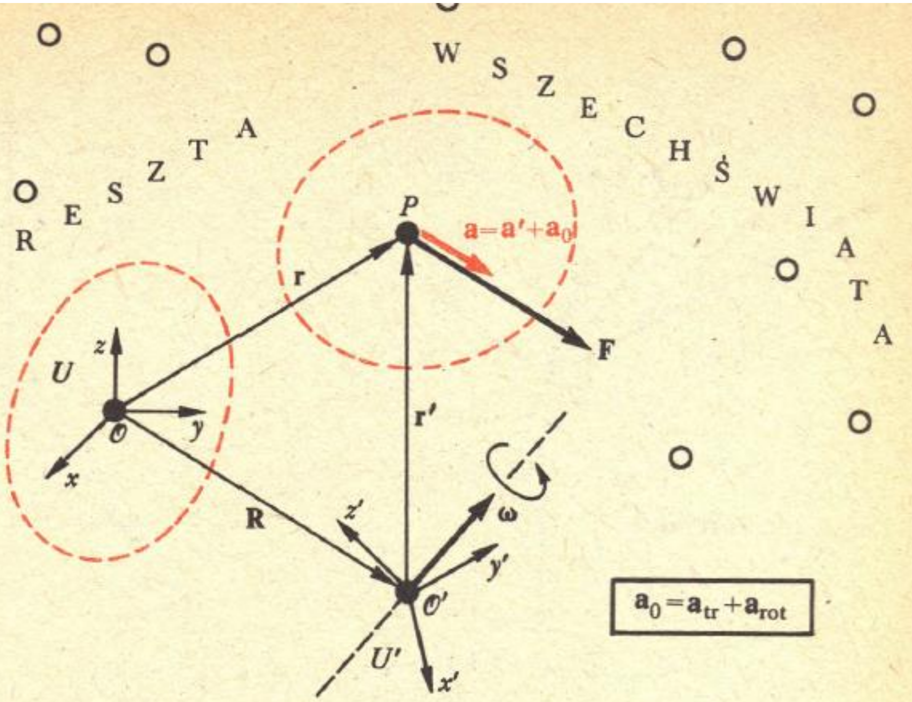




Tablica

Błędy znajdują się nawet w najlepszych podręcznikach, np.

Wróblewski, Zakrzewski „Wstęp do Fizyki”, t. 1., str. 349

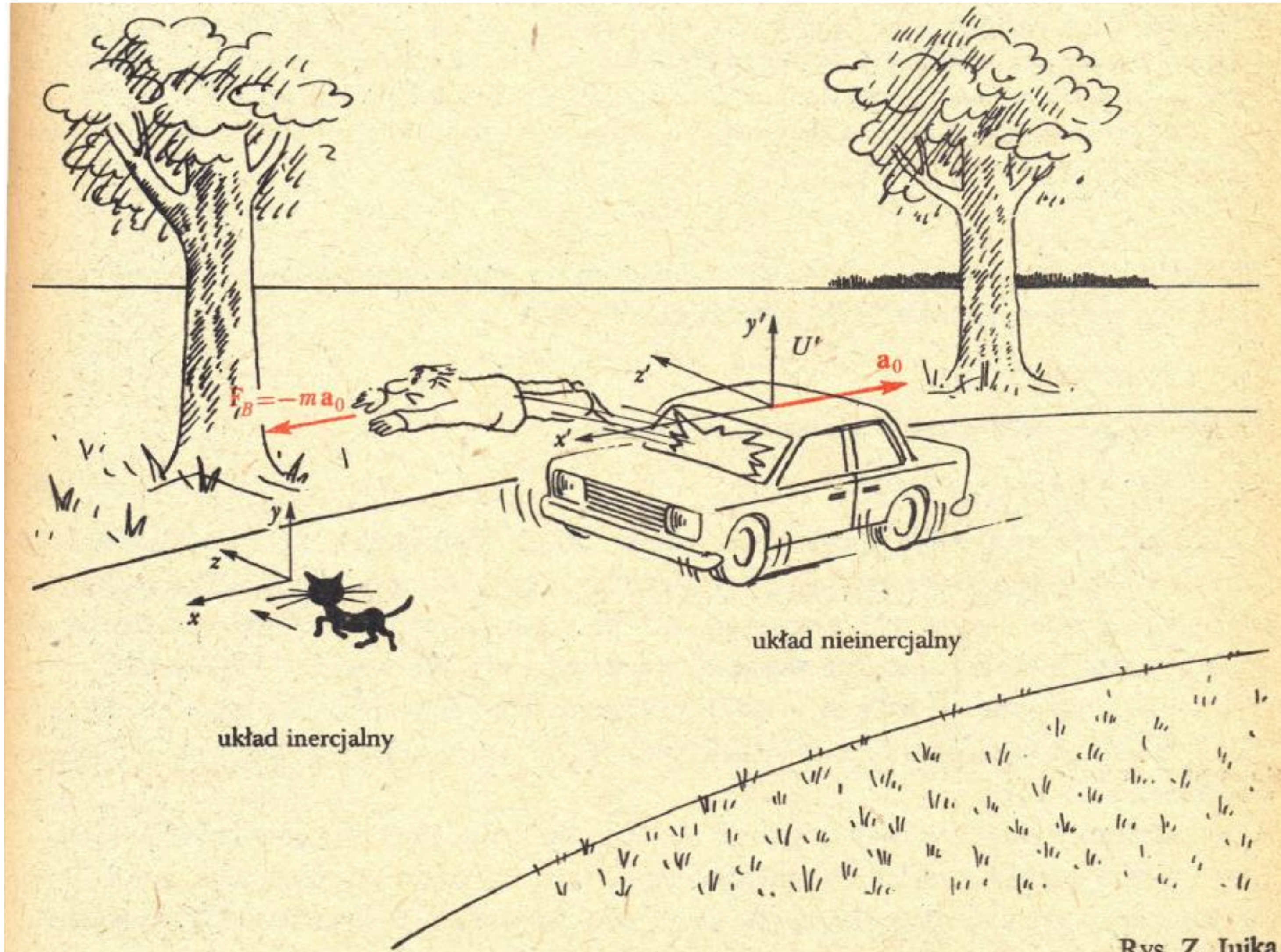


Jak jednak opisać ruch cząstki P względem układu nieinercjalnego U', a więc układu, który nie znajduje się względem układu U w ruchu postępowym po linii prostej, to znaczy porusza się względem U z przyspieszeniem? Zwróćmy uwagę, że skoro układ U' porusza się względem układu inercjalnego U z *przyspieszeniem*, to ciało, z którym wiążemy układ U', nie jest odosobnione, lecz podlega *oddziaływaniu* z resztą Wszechświata, które nadaje mu to przyspieszenie...

obserwator $\mathcal{O}'$ mierzy w swoim układzie odniesienia U' *inną* siłę $\mathbf{F}'$, niż obserwator $\mathcal{O}$ w układzie inercjalnym U; oczywiście ten ostatni mierzy siłę $\mathbf{F}$. Wektor zdefiniowany jako

$$\mathbf{F}_B = -m\mathbf{a}_0 \tag{191}$$

nazywamy *siłą bezwładności*. Należy jednak wyraźnie podkreślić, że choć wektor $\mathbf{F}_B$ nazywamy siłą, to ma on *zasadniczo różny charakter fizyczny* od siły $\mathbf{F}$, której przykłady rozpatrywaliśmy w punkcie IV.4. W przykładach tych mieliśmy *zawsze* do czynienia z *oddziaływaniem otoczenia* (reszty Wszechświata) na cząstkę P; wyrazem tego oddziaływania była właśnie siła $\mathbf{F}$, na przykład siła sprężystości, tarcia, oporu ośrodka, siła grawitacyjna czy elektromagnetyczna. Tymczasem siła bezwładności $\mathbf{F}_B$ nie pochodzi od oddziaływania



Rys. Z. Jujka

Siły bezwładności — to siły, dla których nie umiemy wskazać ciał materialnych wywierających działanie na ciało badane. Siły te wprowadzamy *tylko* przy opisie ruchu ciała względem układu nieinercjalnego. Ich pojawienie się w równaniach ruchu jest spowodowane faktem, że układ odniesienia, w którym to równanie zapisujemy, nie jest układem inercjalnym. Na przykład, podczas gwałtownego hamowania samochodu (układu nieinercjalnego) względem szosy (układu inercjalnego), na kierowcę działa siła bezwładności skierowana *do przodu* i powodująca jego dalszy ruch, chociaż samochód już się zatrzymał...

siła zmienia ruch

tutaj autor zagalopował się!