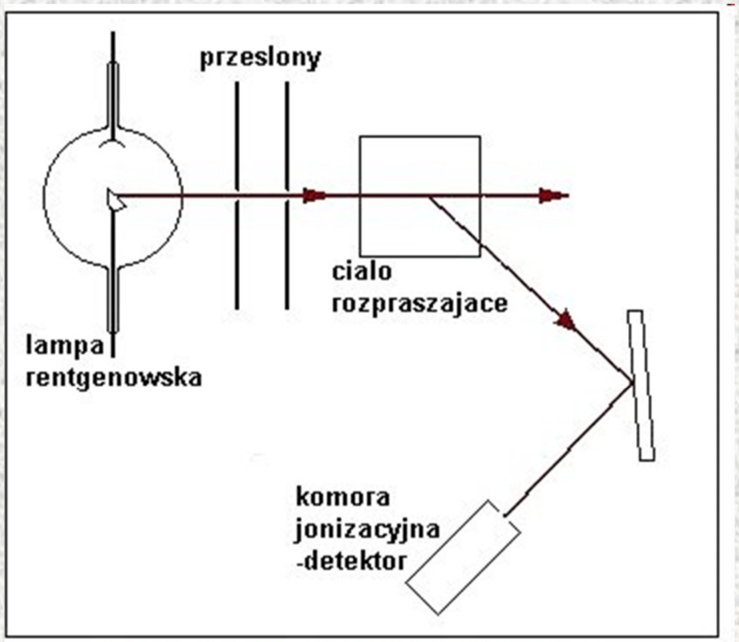
W3

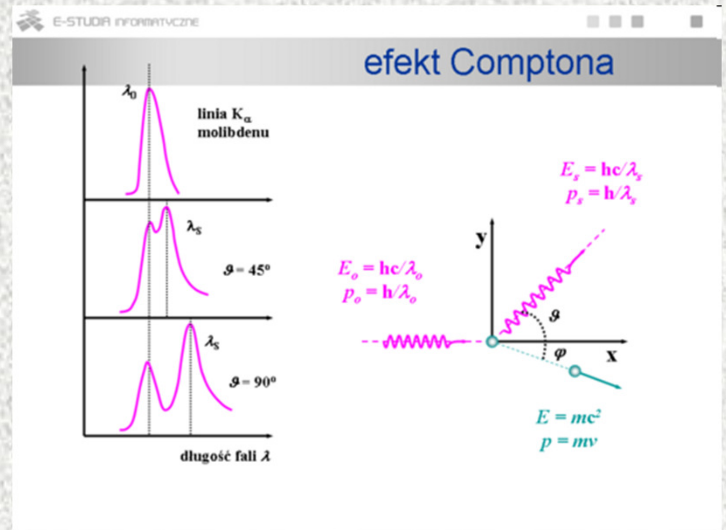
KWANTOWY OBRAZ PROMIENIOWANIA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

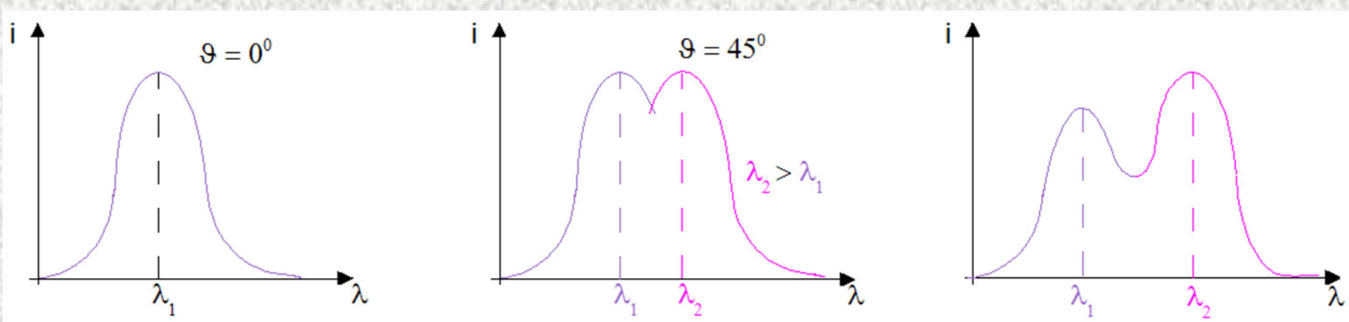
1. 1920 rok PLANCK – wyjaśnienie promieniowania ciała doskonale czarnego
2. 1905 rok EINSTEIN – wyjaśnienie efektu fotoelektrycznego
3. 1921 rok COMPTON – wyjaśnienie przesunięcia dł.fali przy rozpraszaniu

DOŚWIADCZENIE COMPTONA 1921r

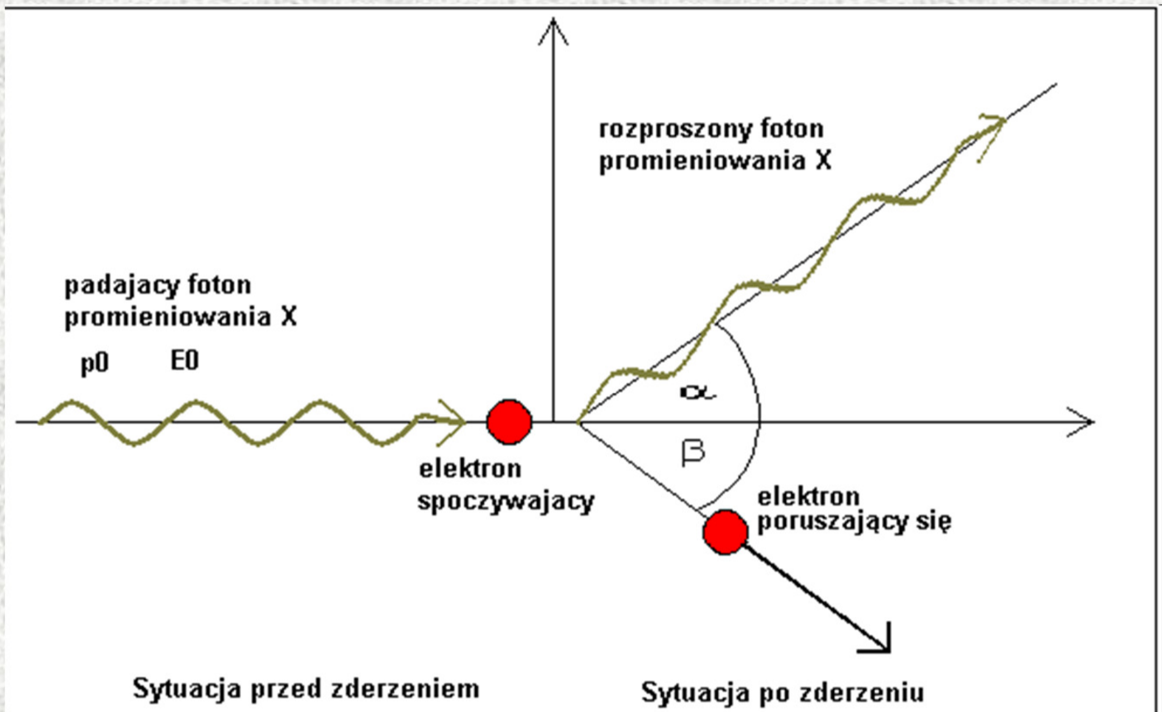


Schemat do badania efektu Comptona.





WYPROWADZENIE WZORU COMPTONA



Efekt rozpraszania fotonu promieniowania X na spoczywajacym elektronie

Zasada Zachowania Energii

$$h\upsilon + m_0c^2 = h\upsilon' + mc^2$$

Zasada Zachowania Pędu

OY

$$0 = \frac{h\upsilon'}{c}\sin\alpha - mV\sin\beta$$

OX

$$\frac{h\upsilon}{c} = \frac{h\upsilon'}{c}\cos\alpha + mV\cos\beta$$

$$(h\upsilon - h(\upsilon - \Delta\upsilon) + m_0c^2)^2 = (mc^2)^2$$

$$h^2(\Delta\upsilon)^2 + 2h\Delta\upsilon m_o c^2 + m_o{}^2c^4 = \frac{m_o{}^2c^4}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$h^2(\Delta\upsilon)^2 + 2h\Delta\upsilon m_o c^2 = m_o{}^2c^4\left(\frac{c^2}{c^2 - V^2} - 1\right) = m_o{}^2c^4\frac{V^2}{c^2 - V^2}$$

$$\sin\beta = \frac{h\upsilon'}{c}\frac{\sin\alpha}{mV}$$

$$\cos\beta = \frac{1}{mV}\left(\frac{h\upsilon}{c} - \frac{h\upsilon'}{c}\cos\alpha\right)$$

$$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$$

$$1 = \frac{1}{m^2V^2}\left[\frac{h^2\upsilon'^2}{c^2}\sin^2\alpha + \frac{h^2\upsilon^2}{c^2} - \frac{2h\upsilon h\upsilon'}{c^2}\cos\alpha + \frac{h^2\upsilon'^2}{c^2}\cos^2\alpha\right]$$

$$m^2V^2c^2 = \left[h^2\upsilon^2 + h^2\upsilon'^2 - 2h^2\upsilon\upsilon'\cos\alpha\right]$$

$$h^2\left[(\Delta\upsilon)^2 + 2\upsilon(\upsilon - \Delta\upsilon)(1-\cos\alpha)\right] = m_o{}^2c^4\frac{V^2}{c^2 - V^2}$$

$$h^2(\Delta\upsilon)^2 + 2h\Delta\upsilon m_o c^2 = m_o{}^2c^4\left(\frac{c^2}{c^2 - V^2} - 1\right) = m_o{}^2c^4\frac{V^2}{c^2 - V^2}$$

$$m_o c^2 h\Delta \upsilon = h^2 \upsilon(\upsilon - \Delta \upsilon)(1-\cos\alpha)$$

$$\frac{h}{m_o c}(1-\cos\alpha) = \frac{c\Delta\upsilon}{\upsilon(\upsilon-\Delta\upsilon)}$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{h}{m_o c}(1-\cos\alpha)}$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_o c}$$

$E(\lambda c)=511$ keV

λc= komptonowska długość fali 0.024A

WYPROWADZENIE WZORU COMPTONA II

$$E_e^{\;2} = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$$ Energia elektronu relatywistycznie

(1) $$\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}$$ Zasada Zachowania Energii

$$p_{ey} = -\frac{h}{\lambda'}\sin\theta$$ Z.Z. pędu OX i OY

$$\frac{h}{\lambda} = p_{ex} + \frac{h}{\lambda'}\cos\theta$$

$$p_{ex} = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\cos\theta$$

$$p_{ex}^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda'}\cos\theta + \frac{h^2}{\lambda^{2'}}\cos\theta^2$$

$$p_{ey}^2 = \frac{h^2}{\lambda^{2}{'}}\sin^2\theta$$

(2) $$p_e^2 = p_{ex}^2 + p_{ey}^2$$

$$p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} - 2\cos\theta\frac{h^2}{\lambda\lambda'} + \frac{h^2}{\lambda^{2}{'}}$$

$$h\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)+m_e c=\sqrt{m_e^2c^2+\frac{h^2}{\lambda^2}-2\cos\theta\,\frac{h^2}{\lambda\lambda'}+\frac{h^2}{\lambda^{2}{}'}}$$

Do (1) wstawiamy pe**2

Upraszczamy dzieląc przez c

$$h^2\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)^2+2h\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)m_e c+m_e^2c^2=m_e^2c^2+\frac{h^2}{\lambda^2}-2\cos\theta\,\frac{h^2}{\lambda\lambda'}+\frac{h^2}{\lambda^2}$$

$$\frac{h^2}{\lambda^2}-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}+\frac{h^2}{\lambda^{2}{}'}+\frac{2h(\lambda-\lambda')}{\lambda\lambda'}m_e c+\frac{h^2}{\lambda^{2}{}'}=..$$

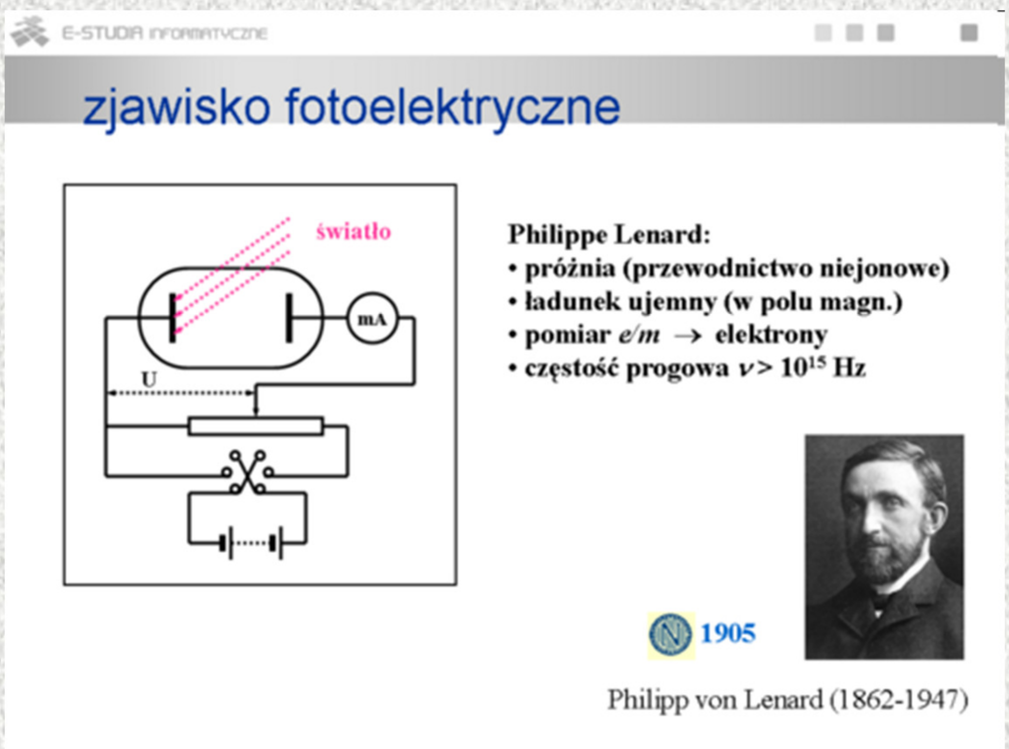
$$-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}+2m_e ch\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda\lambda'}=-2\cos\theta\,\frac{h^2}{\lambda\lambda'}$$

$$/\frac{\lambda\lambda'}{2m_e ch}$$

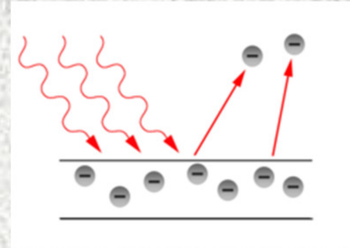
$$\boxed{\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)}$$

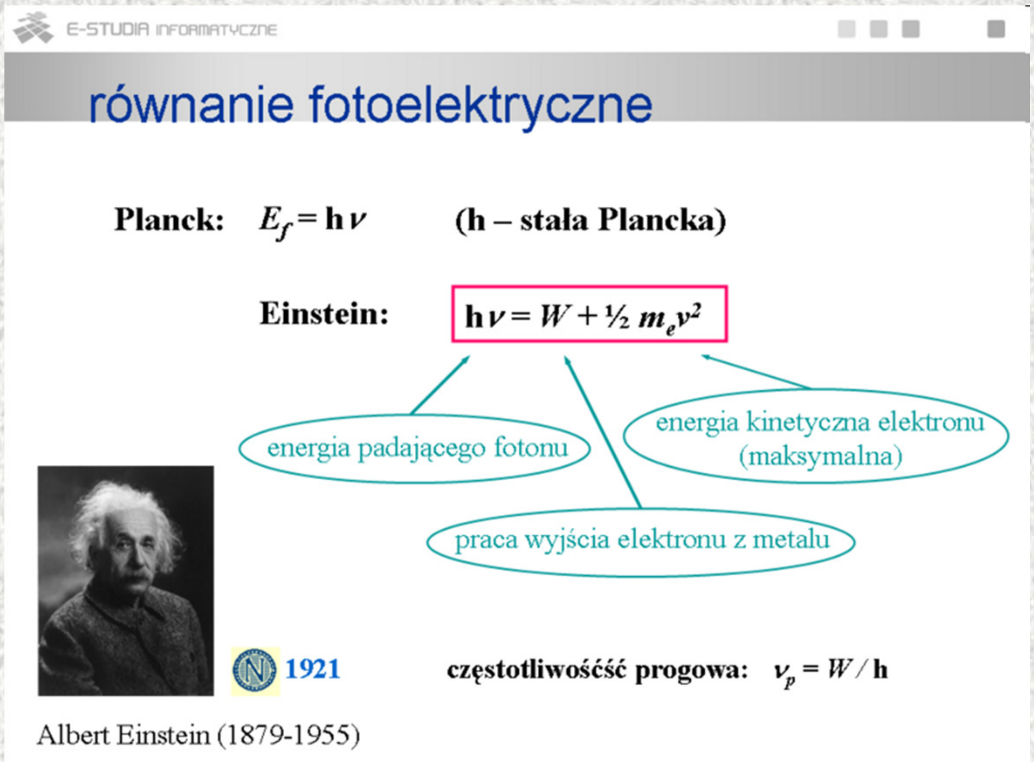
Otrzymujemy wzór COMPTONA

ZJAWISKO FOTOELEKTRYCZNE



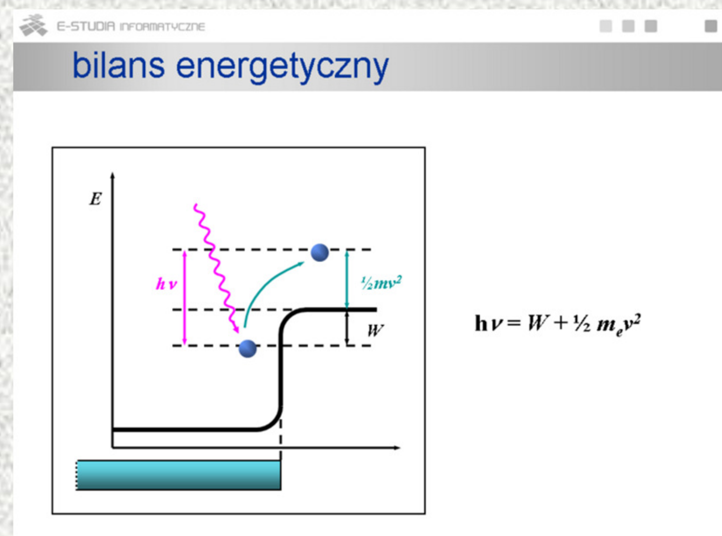
Efekt fotoelektryczny

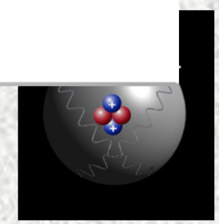


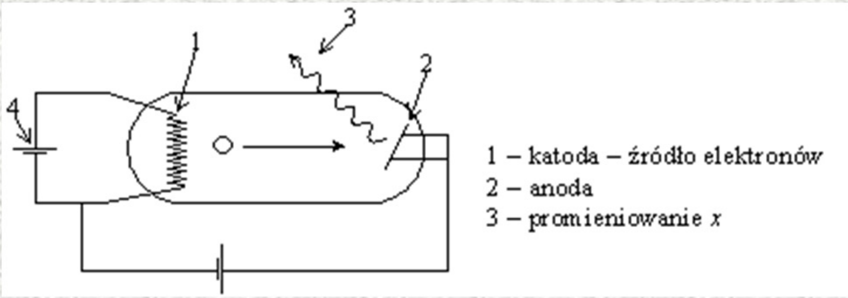


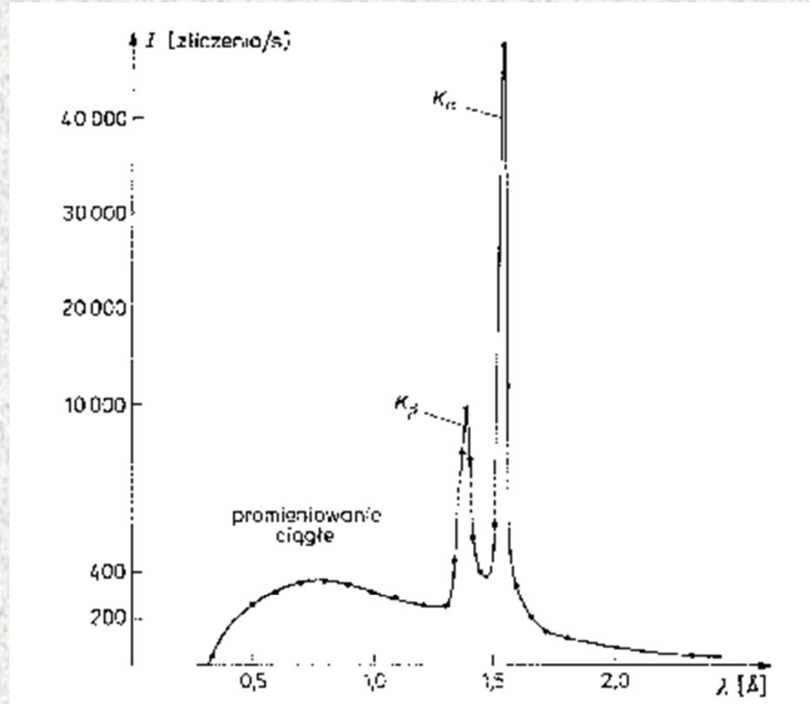
Równanie Einsteina

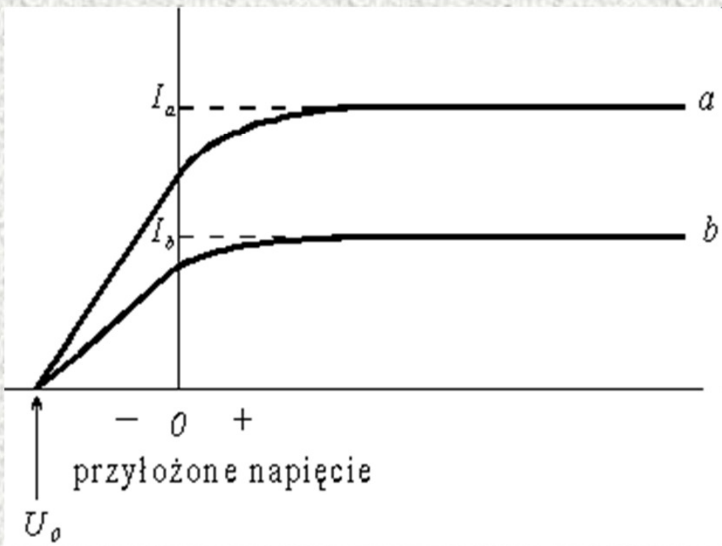
$$hv = W + E_{k\,\max}$$











Widmo charakterystyczne
i ciągłe dla lampy rentgenowskiej

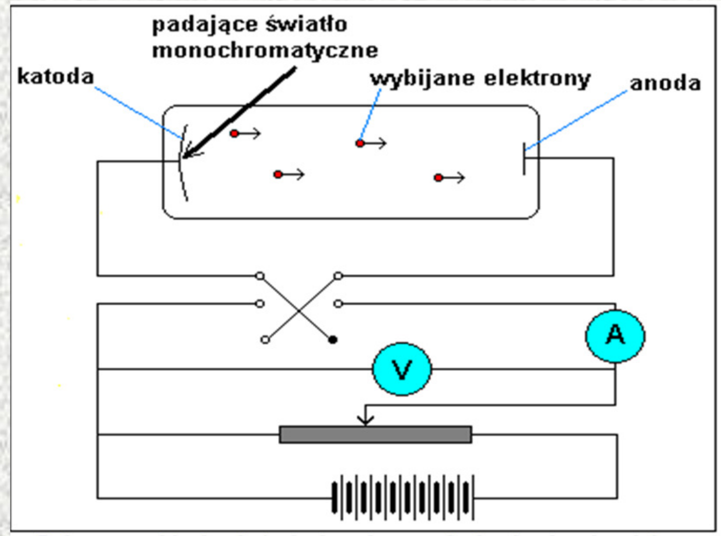
$$\frac{hc}{\lambda_{gran}} = W$$

Zależność natężenia prądu I od
Natężenia światła padajacego na fotokomórkę

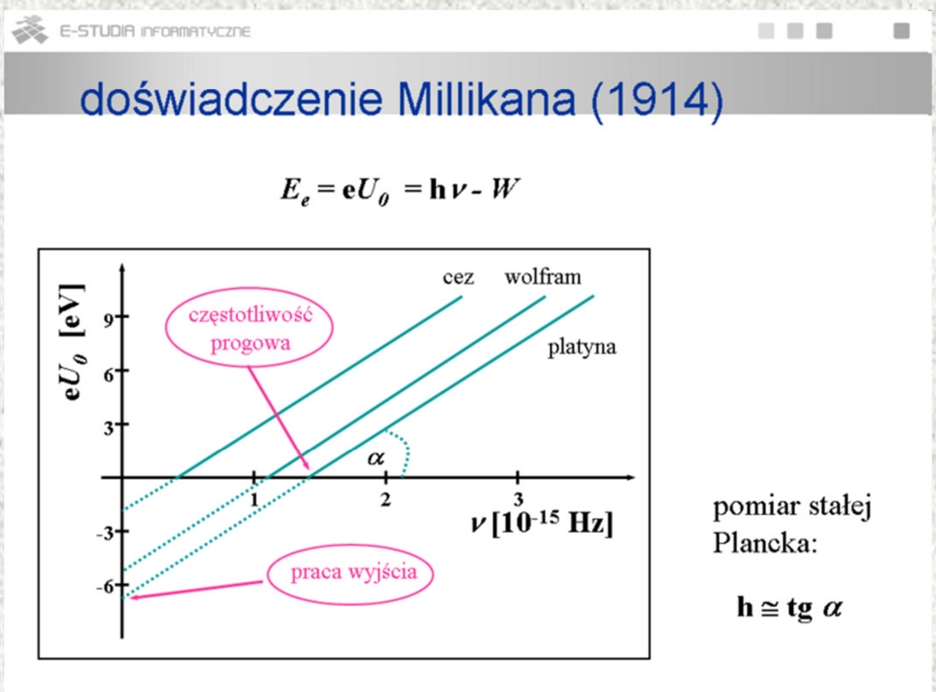
DOŚWIADCZENIE MILLIKANA 1914

Wyznaczanie napięcia hamowania dla różnych energii promieniowania i różnych metali

$$eU_{ham} = \frac{m_e V^2_{\max}}{2}$$

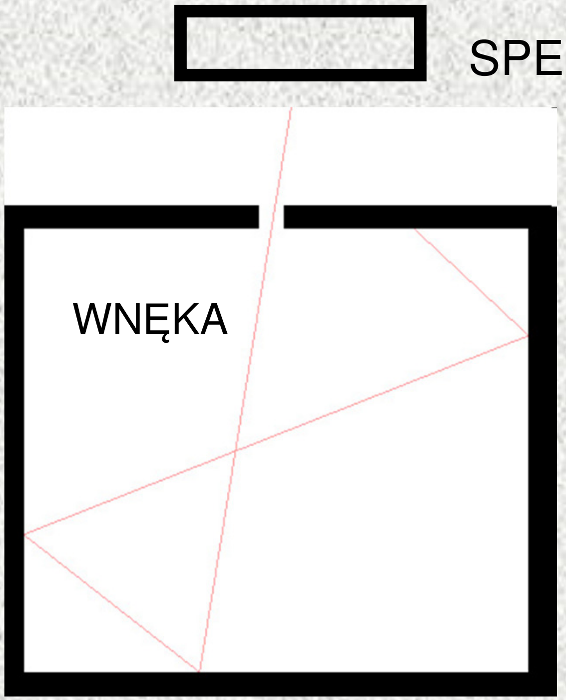


Schemat układu doświadczalnego do badania zjawiska fotoelektrycznego



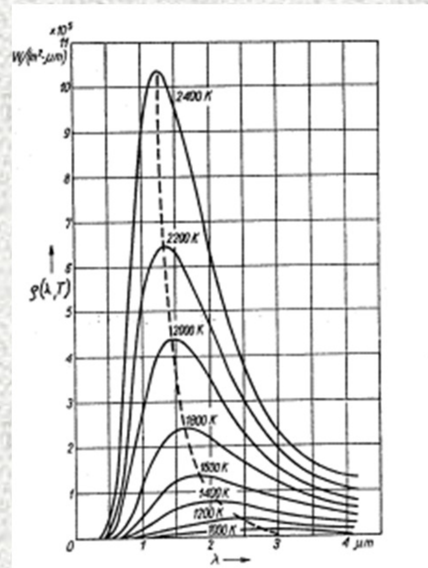
$$h/e = \mathrm{tg}\,\alpha$$

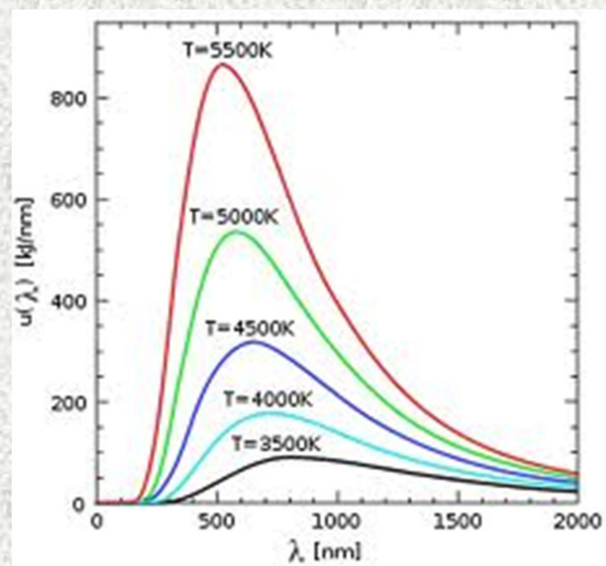
Promieniowanie ciała doskonale czarnego



SPEKTROMETR

POMIAR ENERGII
PROMIENIOWANIA





Ciało doskonale czarne – ciało którego zdolność absorbcyjna jest równa 1 dla każdej długości fali.

SPEKTRALNA ZDOLNOŚĆ ABSORBCYJNA - stosunek energii Absorbowanej w danym zakresie spektralnym do strumienia energii padającej na daną powierzchnię w tym samym zakresie.

$$a_\lambda = \frac{\Delta\Phi_\lambda}{\Delta\Phi_{o\lambda}}$$

SPEKTRALNA ZDOLNOŚĆ EMISYJNA – stosunek wartości emitowanego strumienia energii do wielkości powierzchni i przedziału długości emitowanych fal

$$r_\lambda = \frac{\Delta R_\lambda}{\Delta S \Delta\lambda}$$

Spektralna zdolność emisyjna jest funkcją temperatury i długości fali

PRAWO KIRCHOFFA- stosunek spektralnej zdolności emisyjnej do Spektralnej zdolności absorbcyjnej jest dla wszystkich ciał jednakowy -równy zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego.

WZÓR RAYLEIGH'A

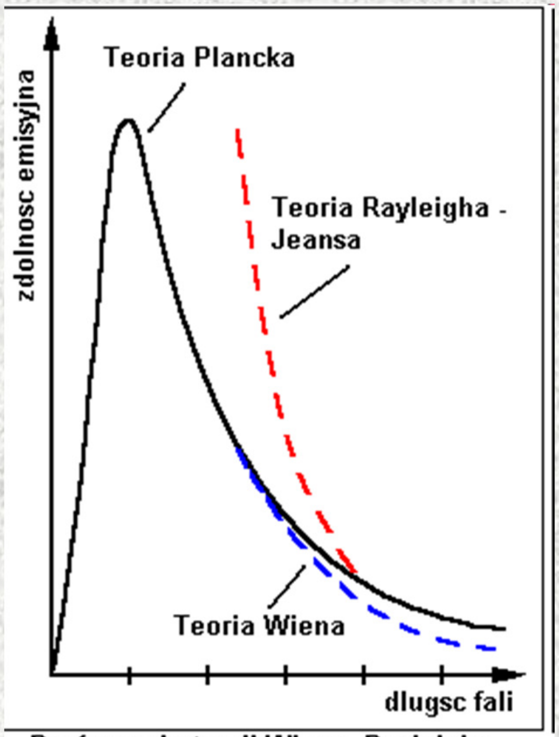
$$r(\lambda,T)=\frac{ckT}{\lambda^4}$$

WZÓR WIENA

$$r(\lambda,T)=\frac{C_1}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}}}$$

WZÓR PLANCKA

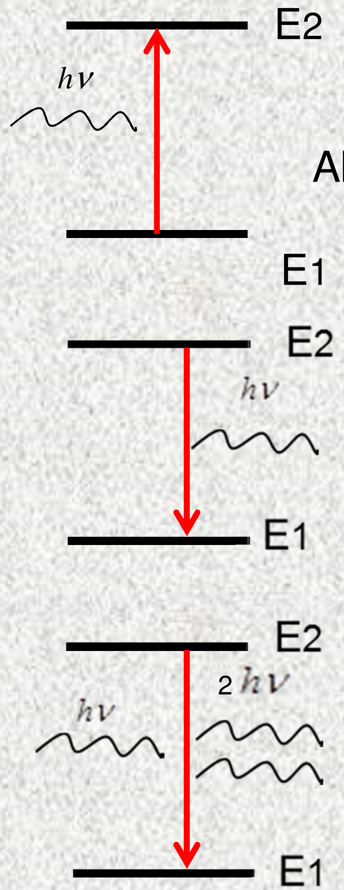
$$r(\lambda,T)=\frac{2\pi c^2}{\lambda^5}\frac{h}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}$$



Porównanie teorii Wiena, Rayleigha - Jensena i Plancka

WYPROWADZENIE WZORU PLANCKA

EINSTEIN



Absorpcja

Emisja spontaniczna

Emisja wymuszona

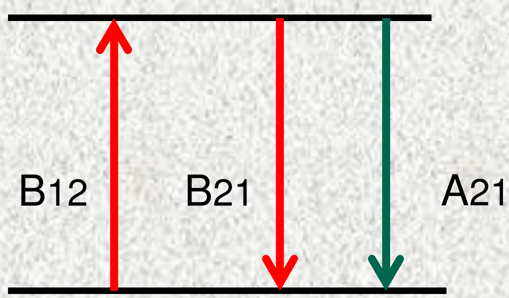
Mamy układ złożony z N atomów

N1 atomów znajduje się na poziomie E1

N2 atomów znajduje się na poziomie E2

Stan równowagi termodynamicznej

Oddziaływanie z polem promieniowania
Możliwe na drodze emisji lub absorpcji dyskretnych kwantów gamma o energii $h\nu = E_2 - E_1$



$$dN_{12} = B_{12}u(v)N_1 dt$$

$$dN_{21}' = A_{21}N_2 dt$$

$$dN_{21}'' = B_{21}u(v)N_2 dt$$

$$dN_{12} = dN_{21}' + dN_{21}''$$

u(v)- gęstość energii
pola promieniowania

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}u(v)}{A_{21} + B_{21}u(v)}$$

N1,N2- liczba obsadzeń poziomów
energetycznych E1 , E2
Wg statystyki Boltzmanna

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_1/kT}} = e^{-(E_1-E_2)/kT} = e^{-hv/kT}$$

$$u(v) = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{hv/kT} - B_{21}}$$

B_{12} współczynnik Einsteina
Miara prawdopodobieństwa
absorbcji na sek i u

$$u(v) = \frac{A_{21}}{B_{12}(e^{hv/kT} - 1)}$$

Wyznaczanie stałych A_{21} i B_{12}
z warunków granicznych

1. T dązy do nieskończoności to u(v) też dąży do nieskończoności

$B_{12}=B_{21}$

2. Dla małych częstości obowiązuje prawo R-J

$$\boxed{u(v) = \frac{8\pi v^3 kT}{c^3}}$$

$$\exp(hv/kT) = 1 + hv/kT......$$

$$u(v) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{hv}$$

$$hv \langle\langle kT$$

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi hv^3}{c^3}$$

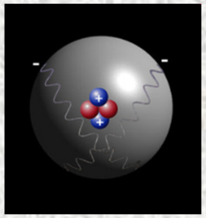
$$\boxed{u(v) = \frac{8\pi hv^3}{c^3} \frac{1}{e^{hv/kT} - 1}}$$

WZÓR PLANCKA – zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego

ZAL. Promieniowanie elektromagnetyczne jest emitowane i absorbowane w postaci osobnych porcji energii ,wielokrotności porcji E=hv

$$r(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{[e^{(\frac{hc}{\lambda kT})} - 1]}$$

$$r(\upsilon, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\upsilon^3}{\left(e^{\frac{h\upsilon}{kT}} - 1\right)}$$



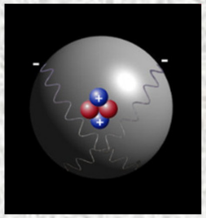
PRAWO STEFANA – BOLTZMANA

$$R(\upsilon) = \rho T^4$$

R(v)- całkowita emitowana energia na jednostkę objętości w jednostkowym czasie

$$r(\upsilon, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\upsilon^3}{\left(e^{\frac{h\upsilon}{kT}} - 1\right)}$$

$$R_\upsilon = \int_0^\infty r_\upsilon d\upsilon = \int_0^\infty \frac{8\pi\upsilon^2}{c^3} \frac{h\upsilon}{e^{\frac{h\upsilon}{kT}} - 1} d\upsilon$$



$$R_\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\,d\nu$$

$$x = \frac{h\nu}{kT}$$

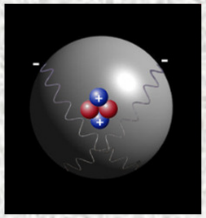
$$\nu = \frac{xkT}{h}$$

$$d\nu = \frac{kT}{h}dx$$

$$\nu^3 d\nu = x^3\,\frac{k^4T^4}{h^4}dx$$

$$R(x) = \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{k^4T^4}{h^4}\underbrace{\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx}_{\frac{\pi^4}{15}}$$

$$R = \frac{8\pi^5k^4T^4}{15c^3h^3} = \sigma T^4$$



PRAWO WIENA λT=const

$$\frac{dr(\upsilon)}{d\upsilon} = 0$$

$$r(\upsilon, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\upsilon^3}{\left(e^{\frac{h\upsilon}{kT}} - 1\right)}$$

$$x = \frac{h\upsilon}{kT}$$

$$3(e^x - 1) - xe^x = 0$$

$$\upsilon = \frac{xkT}{h}$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{xkT}{h}$$

$$\lambda T = \frac{ch}{xk} = const = 2{,}9 \cdot 10^{-3} mK$$