

## Sygnały i ich parametry

### 1 Podstawowe parametry sygnału

1. Wartość średnia sygnału w przedziale

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt \quad \bar{x} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x[n] \quad (1)$$

2. Energia sygnału ( $x(t)$  - rzeczywistego,  $z(t)$  - zespolonego)

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)^2 dt \quad E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]^2 \quad E_z = \int_{-\infty}^{+\infty} |z(t)|^2 dt \quad (2)$$

3. Moc średnia sygnału w przedziale

$$P_x(t_1, t_2) = \bar{x^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t)^2 dt \quad P_z(t_1, t_2) = \bar{z^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |z(t)|^2 dt$$

$$P_x(n_1, n_2) = \bar{x^2} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x[n]^2 \quad P_z(n_1, n_2) = \bar{z^2} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |z[n]|^2 \quad (3)$$

4. Wartość skuteczna sygnału

$$\sqrt{P_x} \quad (4)$$

5. Wariancja sygnału wokół  $\bar{x}$  w przedziale

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [x(t) - \bar{x}]^2 dt$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} [x[n] - \bar{x}]^2 \quad (5)$$

6. Momenty zwykle  $m$ -tego rzędu

$$\bar{\tau}_x^m = \int_{-\infty}^{+\infty} t^m x(t) dt \quad \bar{k}_x^m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^m x[n] \quad (6)$$

### 2 Podstawowe sygnały

1. sygnał prostokątny o amplitudzie  $A$ , szerokości  $S$  i środku  $tw$ :

$$\Pi(t) = \begin{cases} A & dla \quad |t - tw| < 0.5 \cdot S \\ 0.5 \cdot A & dla \quad |t - tw| = 0.5 \cdot S \\ 0.0 & dla \quad |t - tw| > 0.5 \cdot S \end{cases} \quad (7)$$

2. sygnał trójkątny o szerokości  $S$ , amplitudzie  $A$  i wierzchołku  $tw$ :

$$\Lambda(t) = \begin{cases} A \cdot \left(1 - \frac{2|t-tw|}{S}\right) & dla \quad |t - tw| \leq 0.5 \cdot S \\ 0.0 & dla \quad |t - tw| > 0.5 \cdot S \end{cases} \quad (8)$$

3. sygnał harmoniczny o modulowanej amplitudzie  $A(t)$ , częstotliwości  $f$  i przesunięciu fazowym  $\varphi_0$ :

$$y(t) = A(t) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0) \quad (9)$$

4. sygnał sinc(t):

$$\text{sinc}(\omega_0 t) = Sa(\omega_0 t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t = 0 \\ \frac{\sin(\omega_0 \cdot t)}{\omega_0 \cdot t} & \text{dla } t \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

5. sygnał / funkcja znaku sgn(t):

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t > 0 \\ 0 & \text{dla } t = 0 \\ -1 & \text{dla } t < 0 \end{cases} \quad (11)$$

6. sygnał jednostkowy (funkcja skoku, Heaviside'a):

$$H(t) = u(t) = \begin{cases} 0.0 & \text{dla } t < 0 \\ 0.5 & \text{dla } t = 0 \\ 1.0 & \text{dla } t > 0 \end{cases} \quad (12)$$

7. funkcja Diraca:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \neq 0 \\ +\infty & \text{dla } t = 0 \end{cases} \quad (13)$$

przy założeniu:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (14)$$

8. funkcja Sza (grzebieniowa) o okresie T:

$$Sza_T(t) = \text{III}_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot T) \quad (15)$$

9. funkcja (rozkład) Gaussa ( $\mu$  - średnia,  $\sigma$  - odchylenie standardowe):

$$x(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-(t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

10. sygnał eksponencjalny (wykładniczy malejący) dla  $\alpha > 0$ :

$$x(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \end{cases} \quad (17)$$

11. Funkcja piłokształtna o okresie T i amplitudzie A

$$x(t) = \frac{A}{T} \cdot (t \text{ modulo } T) \quad (18)$$

### 3 Zadania

#### 3.1 Zadania obliczeniowe

1. Oblicz wartość średnią ( $t \in \langle -10, 10 \rangle$  s,  $F_s = 100$  Hz) oraz energię dla sygnału ciągłego i dyskretnego:
  - prostokątnego o amplitudzie 2, szerokości 6 s i środku dla  $t = 1$  s;
  - prostokątnego o amplitudzie 2-i, szerokości 4 s, środek w 5 s;
  - trójkątnego o amplitudzie 3, szerokości 4 s i środku dla  $t = 0$  s;
  - funkcji znaku;
  - funkcji harmonicznej (tylko ciągły) o amplitudzie 0.75 i częstotliwości 4 Hz;
  - sygnału:  $x(t) = (1+i) \cdot t/5$ .
2. Oblicz wartość średnią oraz energię dla następującego sygnału:

$$x[n] = \begin{cases} 1 - \frac{|n|}{N} & \text{dla } |n| \leq N \\ 0 & \text{dla } |n| > N \end{cases}$$

#### 3.2 Zadania z pakietu MatLAB

1. Stwórz wykres następujących sygnałów ( $dt = 0.01$ ,  $|t| \leq 5$ ):
  - funkcji brankowej o środku w punkcie  $t = 1$ , amplitudzie  $= 2$  i szerokości 3;
  - funkcji trójkątnej o wierzchołku w punkcie  $t = -3$ , amplitudzie 1.5 i szerokości 4;
  - funkcji piłokształtnej o okresie 2 i amplitudzie 1.2;
  - funkcji  $\text{III}_T(t)$  dla  $T \in \mathbb{N}$ ;
  - sygnału harmonicznego dla amplitudy  $A = 1.3$  i częstotliwości  $f = 2.5$ ;
  - sygnał gaussowski o wartości średniej  $\mu = 1$  i odchyleniu standardowym  $\sigma = 2$ .
2. Policz wartość średnią, minimalną, maksymalną, odchylenie standardowe i energię dla sygnałów z zadania 3.2.1
3. Stwórz jeden wykres zawierający następujące funkcje harmoniczne ( $t \in \langle 0, 10 \rangle$  s,  $F_s = 50$  Hz):
  - amplituda = 1.0, częstotliwość = 20 Hz, kolor linii - czerwony;
  - amplituda = 0.9, częstotliwość = 25 Hz, kolor linii - zielony;
  - amplituda = 0.8, okres = 0.1 s, kolor linii - niebieski.