

Korelacja

1 Definicje i własności

Korelacja dwóch sygnałów $f(t)$ i $g(t)$ dana jest następującym wzorem:

$$R_{fg}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot g^*(\tau - t) d\tau \quad (1)$$

$$R_{fg}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k] \cdot g^*[k - n] \quad (2)$$

gdzie g^* - sprzężenie liczby zespolonej. Korelacja sygnału z samym sobą nosi nazwę autokorelacji:

$$R_{ff}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot f^*(\tau - t) d\tau \quad (3)$$

Do najważniejszych własności funkcji korelacji zaliczamy:

- Symetryczność:

$$R_{fg}(t) = R_{gf}^*(-t), \quad R_{ff}(t) = R_{ff}^*(-t) \quad (4)$$

- dla dowolnego przesunięcia τ wartość bezwzględna funkcji autokorelacji jest mniejsza lub równa funkcji autokorelacji dla zerowego przesunięcia:

$$|R_{ff}(\tau)| \leq R_{ff}(0) \quad (5)$$

- Energia sygnału $f(t)$ równa jest jego autokorelacji dla zerowego przesunięcia:

$$E_f = R_{ff}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (6)$$

-

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{fg}(\tau) d\tau = \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} g^*(t) dt \right) \quad (7)$$

2 Implementacja w MatLAB

W pakiecie MatLAB korelacja jest realizowana poprzez polecenie:

```
[z, przes] = xcorr(x, y, okno, 'normalizacja');
```

Autokorelacja dana jest poleceniem:

```
[z, przes] = xcorr(x, 'normalizacja');
```

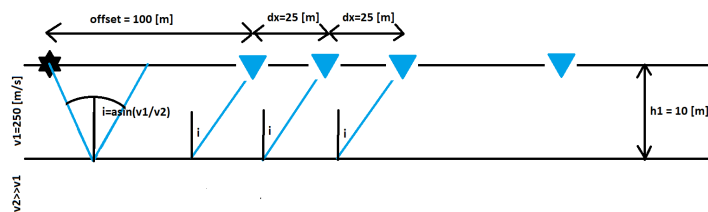
W obu przypadkach zmienna `przes` jest opcjonalna i zawiera wartości przesunięcia dla funkcji korelacji. Dodatkowy parametr `'normalizacja'` opisuje, czy oraz jak wartości współczynników korelacji ma znormalizowane (`biased`, `unbiased`, `none` - domyślne, `coeff` - tylko dla autokorelacji, współczynniki normalizowane są względem zerowego przesunięcia). Parametr `okno` decyduje o wielkości okna korelacji i jednocześnie determinuje rozmiar wektora wyjściowego (`N*okno + 1`). W przypadku braku tego parametru przyjmowana jest wartość `max(length(x), length(y))`, a krótszy wektor uzupełniany jest zerami do rozmiaru dłuższego wektora.

3 Zadania

1. Policz (**ręcznie**) korelację i konwolucję dwóch sygnałów:
 $A=[1 \ -1.5 \ -2 \ 1]$ i $B=[2 \ -2 \ 1]$.
 $C=[1+i, 2, -3i, -1]$ i $D=[1-i, 2i, 3]$.
Wynik sprawdź w pakiecie MatLAB.
2. Policz korelację dwóch sygnałów trójkątnych:
 $f(t)$: środek = 2, szerokość = 2 oraz
 $g(t)$: środek = 0, szerokość = 3 dla $x \in \langle -5, 5 \rangle$ z $F_S = 100Hz$.
3. Wczytaj sygnał z pliku *corr_01.txt*. Przy użyciu funkcji korelacji znajdź początek trwania sygnału:
 - prostokątnego o amplitudzie 0.7 i czasie trwania 7s;
 - sygnału trójkątnego o amplitudzie 0.8 i czasie trwania 10s;
 - piłokształtnego o amplitudzie 1.0 i czasie trwania 5s;
 - sygnału gaussowskiego o amplitudzie 0.8, $std=2\sqrt{2}$, i czasie trwania 20s;

Na podstawie pliku (1 kolumna - czas [s], 2 kolumna - amplituda sygnału) określ częstotliwość próbkowania.

4. Wczytaj sygnał z pliku *corr_02.txt*. Przy użyciu funkcji korelacji znajdź początek trwania sygnału:
 - prostokątnego o amplitudzie 0.8 i czasie trwania 10s;
 - obu sygnałów trójkątnych o amplitudzie 1.0 i czasie trwania 10s;
 - każdego z zębów funkcji piłokształtnej o amplitudzie 1.0 i czasie trwania 9s;
 - środka sygnału gaussowskiego o amplitudzie 0.8, $std=5$.
5. Wczytaj plik *sejs_2.txt*. Plik zawiera trasy sejsmiczne spróbkowane z $F_S = 400Hz$ dla 24 odbiorników (*offset* = 100m, odległość między odbiornikami $dx = 25m$). Wykonując korelację pierwszej trasy z pozostałymi, określ prędkość propagacji fali sejsmicznej na poziomej granicy refrakcyjnej.



Rysunek 1: Idea sejsmiki refrakcyjnej.

6. Pobierz i wczytaj pliki *tomo.dat* i *tomo_sygn.dat* zawierające odpowiednio rejestracje akcelerometrów ($F_s=10MHz$) oraz sygnał wzbudzenia. Prześwietlany był ośrodek o kształcie walca o długości 0.5m i szerokości podstawy 0.4m. Źródło było ustawione centralnie na jednej podstawie, a odbiorniki równomiernie na średnicy przeciwległej podstawy. Korzystając z korelacji określ prędkość propagacji fali w walcu.