

Zadania na kolokwium teoretyczne z sygnałów 1D

1 Średnia i energia

1.1 Zad. 1

Policz średnią i energię dla ciągłego i dyskretnego sygnału trójkątnego (szerokość=4, amplituda=3, wierzchołek dla $t=2$) próbkowanego z $F_S = 10$ dla $t \in \langle -2, 10 \rangle$

1.2 Zad. 2

Policz średnią i energię ciągłego i dyskretnego sygnału $\mathbf{x}(t) = (3 - i \cdot t)^2$ dla $t \in \langle -2, 4 \rangle$ i $F_S = 20$

1.3 Zad. 3

Policz średnią i energię ciągłego i dyskretnego sygnału $x(t)$ ($F_S = 20$, $t \in \langle -4, 6 \rangle$):

$$x(t) = \begin{cases} 2t \cdot \text{sgn}(t) & \text{dla } |t - 1| \leq 2 \\ i \cdot (1 - \text{sgn}(t)) & \text{dla } |t - 1| > 2 \end{cases} \quad (1)$$

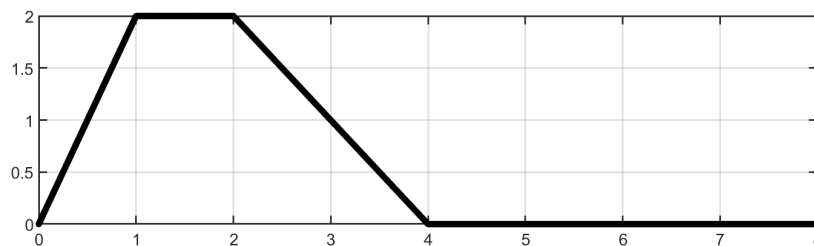
1.4 Zad. 4

Policz średnią i energię sygnału ciągłego i dyskretnego $x(t)$ zarejestrowanego dla $t \in \langle -2, 4 \rangle$ z $F_S = 10$

$$x(t) = \begin{cases} 0.5 \cdot |t| & \text{dla } |t| \leq 2 \\ 1.0 \cdot i & \text{dla } t > 2 \end{cases} \quad (2)$$

1.5 Zad. 5

Policz średnią i energię sygnału ciągłego i dyskretnego $x(t)$ ($t \in \langle 0, 8 \rangle$ z $F_S = 10$) widocznego na poniżej:



2 Splot i korelacja

Policz splot i korelację wektorów:

- $x = [-2, 1 - i, 3i, 3]$ z $y = [1, 2 - i, 2i]$
- $x = [-3 + 2i, 2 - 3i, -2, 1 + i]$ z $y = [2, -2 + 3i, 3i]$

3 Szereg Fouriera

3.1 Zad. 1

Rozwiń w szereg Fouriera funkcję $x(t)$ dla $t \in \langle -1, 5 \rangle$

$$x(t) = \begin{cases} -2 & \text{dla } t < 1 \\ 3 - 2 \cdot |t - 3| & \text{dla } t \geq 1 \end{cases}$$

3.2 Zad. 2

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał $x(t)$ dla $t \in \langle -1, 5 \rangle$

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{dla } |t| \leq 1 \\ 2 \cdot t - 8 \cdot H(t - 3) & \text{dla } t > 1 \end{cases}$$

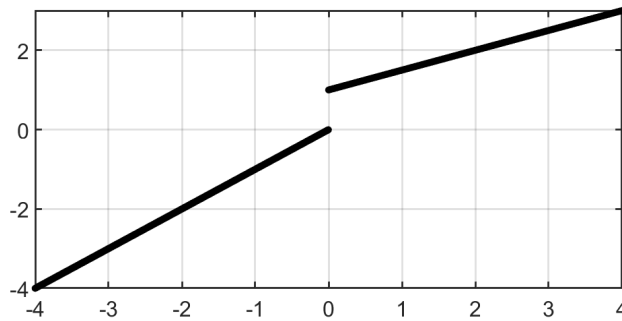
3.3 Zad. 3

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał $x(t)$ dla $t \in \langle -3, 3 \rangle$

$$x(t) = \operatorname{sgn}(2t) \cdot (t^2 + 4) - 1$$

3.4 Zad. 4

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał $x(t)$ z Rysunku 1 dla $t \in \langle -4, 4 \rangle$



Rysunek 1: Sygnał do rozwinięcia w szereg Fouriera

3.5 Zad. 5

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał $x(t)$ dla $t \in \langle -4, 4 \rangle$.

$$x(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(2t) \cdot t - 1 & \text{dla } |t| \leq 2 \\ \operatorname{Heaviside}(-2t) & \text{dla } |t| > 2 \end{cases}$$

3.6 Zad 6

Rozwiń w szereg Fouriera funkcję $x(t)$ dla $t \in \langle -1, 5 \rangle$ (H - funkcja Heaviside)

$$x(t) = \begin{cases} 2 \cdot t + 1 & \text{dla } |t| \leq 1 \\ 2 \cdot H(t - 3) & \text{dla } t > 1 \end{cases} \quad (3)$$

4 DFT

Policz DFT i widmo amplitudowe sygnałów $x[n]$:

1. $x[n] = [-\mathbf{3}, \mathbf{1} - \mathbf{i}, \mathbf{2i}, \mathbf{3} + \mathbf{2i}]$
2. $x[n] = [\mathbf{2}, -\mathbf{3} + \mathbf{i}, \mathbf{0}, \mathbf{2i}]$;
3. $x[n] = [-\mathbf{2} + \mathbf{i}, -\mathbf{2i}, \mathbf{1} + \mathbf{2i}, \mathbf{1} - \mathbf{i}]$
4. $x[n] = [-\mathbf{3} + \mathbf{i}, \mathbf{2} - \mathbf{2i}, \mathbf{3i}, -\mathbf{2i}]$;

5 Transformata Z

5.1 Zad. 1

Policz prostą transformatę Z sygnału $x[n] = 3 \cdot n^2 - 4 \cdot n + 5$

5.2 Zad. 2

Wyprowadź wzór na transformatę Z ciągu $x[n] = n^3$

5.3 Zad. 3

Policz odwrotną transformatę Z dla wyrażeń:

- $$Z(z) = \frac{4z - 1}{z^2 - 2z - 8} \quad (4)$$

- $$Z(z) = \frac{11z - 23}{2z^2 - 9z + 4} \quad (5)$$