1 Zagadnienia na kolokwium - część 1D

Odbędą się dwa kolokwia, jedno od razu po drugim.

Najpierw teoretyczne (ok. 30 minut) składające się z 2 zadań obliczeniowych (w tym obowiązkowo szereg Fouriera). Na tym kolokwium można posiadać prosty kalkulator (bez funkcji trygonometrycznych i nie w komórce / tablecie, etc.). Nie trzeba mieć własnych kartek, starczy tylko długopis.

Następnie odbędzie kolokwium praktyczne (ok. 30 min) w MatLAB składające się z 2 zadań do samodzielnego oprogramowania. Na kolokwium praktycznym dozwolone będzie korzystanie z PDF-ów do przedmiotu. Pozostałe strony będą zakazane.

2 Zakres materiału

Zakres materiału (teoria):

- definicje, skalowanie i translacja wybranych sygnałów 1D;
- definicje oraz obliczenia wartości parametrów sygnałów ciągłych i dyskretnych;
- splot sygnałów dyskretnych, definicja oraz obliczenia w różnych domenach;
- własności masek w domenie czasu, podział filtracji, filtry nieliniowe;
- korelacja: definicja, własności, obliczenia korelacji sygnałów dyskretnych, wyszukiwanie wzorców;
- szereg Fouriera: definicja, wzory, rozwijanie sygnałów w szereg Fouriera;
- transformata Fouriera: definicje, wzory, własności, obliczanie widm;
- obliczanie transformat Fouriera wybranych sygnałów 1D ciągłych i dyskretnych;
- filtracja częstotliwościowa, rodzaje, wygląd masek filtrów;
- okna (bez wzorów), filtry FIR i IIR;
- analiza STFT.

Zakres materiału (praktyka):

- implementacja części teoretycznej w pakiecie MatLAB;
- tworzenie sygnałów, filtrów, filtracja;
- analiza częstotliwościowa sygnałów;
- odszumianie, obliczanie przesunięcia i podobieństwa sygnałów;
- wykresy, obrazowanie danych 1D, parametry statystyczne;
- wczytywanie danych z plików, operacje macierzowe i tablicowe;
- pisanie własnych funkcji, komend, korzystanie z m-plików.

3 Zadania przykładowe

3.1 Sygnały

Oblicz średnią i energię następujących sygnałów (w przypadku dyskretnych Fs = 20 Hz). Wynik sprawdź w MatLAB:

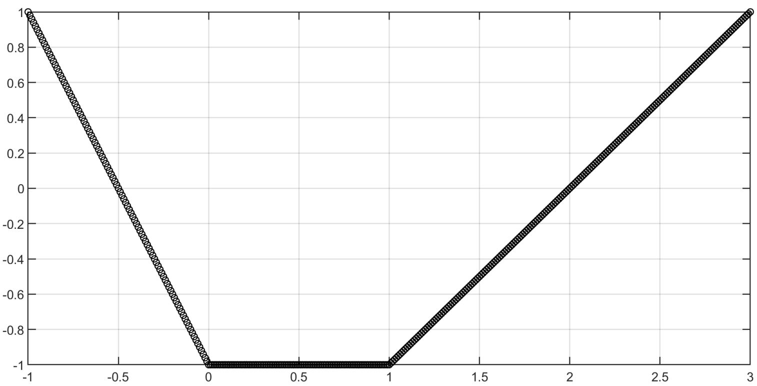
- $x(t) = 1 + 2i \cdot t$ dla $t \in \langle 0, 5\rangle$ (ciągły i dyskretny)
- $x(t) = 2\sin^2(2t)$ dla $t \in \langle 0, \pi/4\rangle$ (tylko ciągły)
- trójkąt (tw = 5s, szer = 4s, amp = 2) dla $t \in \langle 0, 8\rangle$ (ciągły i dyskretny)

3.2 Szereg Fouriera

Rozwiń w szereg Fouriera, a następnie zaimplementuj w pakiecie MatLAB, poniższe sygnały (x3 - graficznie):

$$x_1(t) = \begin{cases} 2t & dla\ t \in < 0, 1) \\ 2 & dla\ t \in < 1, 3) \\ 0 & dla\ t \in < 3, 6) \end{cases} \tag{1}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} (t^2 - 1) \cdot sgn(t) & dla \quad 1 \leqslant |t| < 3 \\ (t^2 - 1) \cdot \text{Heaviside}(t - 2) & dla \quad |t| < 1 \end{cases} \tag{2}$$



Rysunek 1: Sygnał x3(t) do rozwinięcia w szereg Fouriera.

$$x_4(t) = \text{sgn}(2t) \cdot t^2 \quad dla\ |t| \leqslant 4 \tag{3}$$

$$x_5(t) = \text{Heaviside}(-2t) \cdot trojkat(tw = 0, amp = 1, szer = 2) \quad dla\ t \in \langle -2, 4 \rangle \tag{4}$$

3.3 Splot i korelacja

Policz splot i korelację następujących sygnałów:
x1 = [1+i, 1-i, -1+i, -1-i], **y1 = [1, 2-i, 2+i]**
x2 = [3-i, 3, -2i, 3+i], **y2= [2+2i, 2-2i, 2i]**
x3 = [2-i, 3+4i, -12i, -2i], **y3= [1-2i, 1+2i, -3i]**

3.4 Korelacja

Pobierz i wczytaj sygnał: *testowe.dat*. W pierwszej kolumnie jest czas [s], w drugiej amplituda sygnału. Korzystając z korelacji znajdź początek sygnału trójkątnego o parametrach: szerokość 2.5s, wysokość: 1. Oblicz częstotliwość próbkowania sygnału.

3.5 DFT

Policz dyskretną transformatę Fouriera wektorów **x1**, **x2** i **x3** z zadania 3.3.

3.6 Filtracja

Stwórz sygnał będący sumą 3 składowych harmonicznych $x_i(t)$ o częstotliwościach ($f_1 = 1$, $f_2 = 3$, $f_3 = 5$ [Hz]) i amplitudach równych odwrotności częstotliwości $A_i = 1/f_i$. Załóż czas t=<0,50>s i Fs=25 Hz.
Dla tak powstałego sygnału, nie korzystając z Fdatool i filtrów idealnych, stwórz filtrację pasmowozaporową usuwającą środkową częstotliwość.
Stwórz wykresy zawierające: sygnał przed i po filtracji oraz widmo amplitudowe i przeskalowany filtr.

3.7 Filtracja częstotliwościowa

Stwórz sygnał (t=<0,20>s, Fs=50Hz) będący sumą składowych:

- trójkątnej (tw = 3, szerokość = 4 s, amp. = 1.5);
- prostokąnej (szerokość = 2 s, amp = 1, środek = 7 s);
- harmonicznej (f = 17 Hz, amp = 0.1);
- harmonicznej dla t>=10 s o malejącej liniowo częstotliwości (f_0=11 Hz, f_k=1 Hz) i amplitudzie 0.75.

Policz STFT dla takiego sygnału korzystając z okna o długości 2.55 sekundy. Wykorzystaj okienkowanie Hamminga. Dodatkowo, korzystając z filtru pasmowozaporowego Butterwortha, usuń składową 17 Hz.

3.8 Parametry sygnałów

Wyprowadź i zaimplementuj wzór na średnią sygnału dyskretnego x[n] (trójkąt, szerokość 6s, amplituda 2) w zależności od Fs. Stwórz wykres porównujący średnią sygnału ciągłego (oblicz) i dyskretnego w zależności od założonej częstotliwości próbkowania. Załóż czas trwania sygnału 10s.

3.9 Odszumianie

Pobierz i wczytaj plik *dem_201.txt*.
Plik zawiera w pierwszej kolumnie sygnał niezaszumiony, w drugiej sygnał z dodanym szumem. Zaprojektuj filtrację odszumiającą, która będzie minimalizowała błąd L2 pomiędzy sygnałem niezaszumionym **x** i odszumionym **Y** (równanie poniżej, N - ilość próbek sygnału). Załóż Fs=0.5 KHz.
Proszę nazwać ostateczną zmienną odszumioną **Y** i wyświetlić wartość błędu L2 w konsoli.

- L2 = <0, 0.45> - 25 pkt
- L2 = (0.45, 0.47> - 20 pkt
- L2 = (0.47, 0.50> - 15 pkt
- L2 = (0.50, 0.55> - 10 pkt
- L2 = (0.55, 0.70> - 5 pkt
- L2 >0.70 - 0 pkt.

$$L2(x, Y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (x_i - Y_i)^2} \tag{5}$$

3.10 Inne 1

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał $\mathbf{x(t)} = \mathbf{H(t)} \cdot \mathbf{t^2}$ w przedziale $t = \langle -2, 4 \rangle s$. Zaimplementuj w MatLAB wyprowadzenie dla 80 wyrazów szeregu w zmiennej XT i $F_S = 200Hz$. Policz zmienność energii sygnału XT(t) w oknie jednosekundowym (moc średnią) z przesunięciem 0.01 s. Elementy brzegowe policz z wykorzystaniem replikacji brzegu.

3.11 Inne 2

Pobierz i wczytaj plik *A-E-F.mp3*. Wykonaj analizę STFT dla obu kanałów osobno oknem o szerokości 0.25 s przesuwanym z krokiem 200 próbek. Zastosuj okienkowanie Blackmana.

3.12 Inne 3

Policz analitycznie ciągłą transformatę Fouriera sygnału trójkątnego (tw = 0, szer = 4s, amp=1). Wynik doprowadź do formy sinc^2(). Następnie stwórz identyczny sygnał w MatLAB i wyświetl jego widmo amplitudowe dla $t \in \langle -5, 5 \rangle$ oraz Fs = 100 Hz. Porównaj wynik teoretyczny z wynikiem uzyskanym w MatLAB.

3.13 Korelacja 2

Pobierz i wczytaj plik: *http://zin1.geol.agh.edu.pl/mdwornik/2022_tsd_xcorr2.txt*
Korzystając z korelacji znajdź:

- początek każdego z dwóch sygnałów trójkątnych (amp. = 1.4, szerokość = 6 s);
- wierzchołek (środek) sygnału Gaussa (amp. = 1.0, odchylenie = 3 s).

Wyniki wyświetl w konsoli. Podziel figurę na dwie części. Na górnej wyświetl sygnał wejściowy, na dolnej wynik korelacji dla obu szukanych wzorców (trójkąt na zielono, Gauss na niebiesko).

3.14 Sygnały + filtracja

Stwórz sygnał ($t \in \langle -10,\ 15 \rangle,\ Fs = 125$) złożony ze składowych:

a) trójkątnej o szerokości = 7, wierzchołku dla t = -4 i amplitudzie = $\pi/3$;
b) Gaussa o średniej = 6, odchyleniu = $2\sqrt{3}$ i amplitudzie = 1.25;
c) harmonicznej o stałej amplitudzie = 0.65 i malejącej liniowo częstotliwości od 7 do 2 Hz ;
d) harmonicznej o malejącej liniowo amplitudzie (od 0.7 do 0.2) i częstotliwości = 17 dla $t \geqslant 0$;
e) szumu złożonego z wektora liczb pseudolosowych wygenerowanych z rozkładu równomiernego R(-0.1, 0.1).

Dla takiego sygnału stwórz filtrację pasmowozaporową Gaussa usuwającą składową **d** z sygnału.
Na pierwszej figurze przedstaw sygnał przed i po filtracji (góra) oraz widmo amplitudowe sygnału wejściowego i użytego filtra (dół). Drugą figurę podziel na 4 części (2x2) i przedstaw tam składowe od **a** do **d**.

3.15 Filtracja odszumiająca

Pobierz i wczytaj plik: *http://zin1.geol.agh.edu.pl/mdwornik/2022_tsd_hrm1.txt*
W pierwszej kolumnie jest sygnał niezaszumiony **x(t)**, w drugiej zaszumiony **xs(t)**. Zakładając Fs = 200 Hz oraz przyczynowość sygnału (pierwsza próbka dla t = 0 s), stwórz filtrację odszumiającą sygnał xs(t). **Ostatecznie** odszumiony sygnał zapisz do zmiennej **y**. Stwórz funkcję oceniającą jakość odszumienia `L2(x,y,N)` (N - ilość próbek sygnału):

$$L2(x, y, N) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_k - y_k)^2}$$

Zakresy punktowe:

- L2 ∈ <0.00, 0.41>: 1 próg
- L2 ∈ (0.41, 0.42>: 2 próg
- L2 ∈ (0.42, 0.45>: 3 próg
- L2 ∈ (0.45, 0.50>: 4 próg
- L2 >0.50: pozaklasowe

3.16 Sygnały 1

Policz średnią i energię dla ciągłego i dyskretnego sygnału trójkątnego (szerokość=4, amplituda=3, wierzchołek dla t=2) spróbkowanego z $F_S = 10$ dla $t \in \langle -2, 10 \rangle$. Wynik wyświetl i sprawdź w MatLAB.

3.17 Sygnały 2

Policz średnią i energię ciągłego i dyskretnego sygnału $\mathbf{x}(\mathbf{t}) = (\mathbf{3} - \mathbf{i} \cdot \mathbf{t})^{\mathbf{2}}$ dla $t \in \langle -2, 4 \rangle$ i $F_S = 20$. Wynik wyświetl i sprawdź w MatLAB.

3.18 Sygnały 3

Policz średnią i energię ciągłego i dyskretnego sygnału x(t) ($Fs = 20$, $t \in \langle -4, 6 \rangle$):

$$x(t) = \begin{cases} 2t \cdot \mathrm{sgn}(t) & dla \quad |t-1| \leqslant 2 \\ i \cdot (1 - \mathrm{sgn}(t)) & dla \quad |t-1| > 2 \end{cases} \tag{6}$$

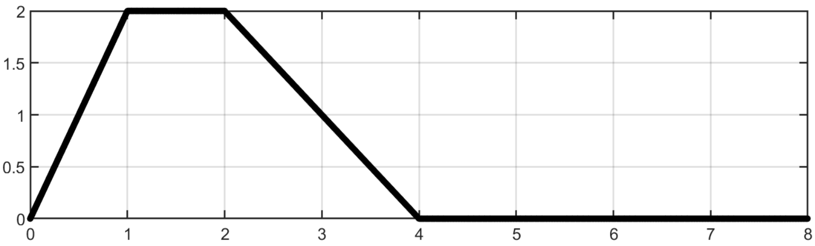
3.19 Sygnały 4

Policz średnią i energię sygnału ciągłego i dyskretnego x(t) dla $t \in \langle -2, 4 \rangle$ z $Fs = 10$

$$x(t) = \begin{cases} 0.5 \cdot |t| & dla \quad |t| \leqslant 2 \\ 1.0 \cdot i & dla \quad t > 2 \end{cases} \tag{7}$$

3.20 Sygnały 5

Policz średnią i energię sygnału ciągłego i dyskretnego x(t) ($t \in \langle 0, 8 \rangle$ z $Fs = 10$) widocznego na rys.2:



Rysunek 2: Zadanie 5

3.21 Splot i korelacja

Policz splot i korelację wektorów:

1. $x = [-2,\ 1-i,\ 3i,\ 3]$ z $y = [1,\ 2-i,\ 2i]$
2. $x = [-3+2i, 2-3i, -2, 1+i]$ z $y = [2, -2+3i, 3i]$

3.22 Szereg Fouriera 1

Rozwiń w szereg Fouriera funkcję x(t) dla $t \in \langle -1, 5\rangle$

$$x(t) = \begin{cases} -2 & dla \quad t < 1 \\ 3 - 2 \cdot |t-3| & dla \quad t \geqslant 1 \end{cases}$$

3.23 Szereg Fouriera 2

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał x(t) dla $t \in \langle -1, 5\rangle$

$$x(t) = \begin{cases} 2 & dla \quad |t| \leqslant 1 \\ 2 \cdot t - 8 \cdot H(t-3) & dla \quad t > 1 \end{cases}$$

3.24 Szereg Fouriera 3

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał x(t) dla $t \in \langle -3, 3\rangle$

$$x(t) = \text{sgn}(2t) \cdot (t^2 + 4) - 1$$

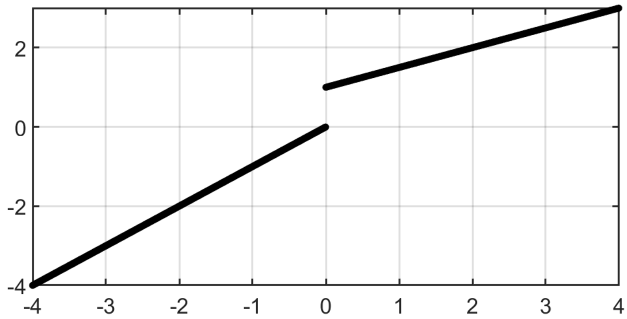
3.25 Szereg Fouriera 4

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał x(t) z Rys.3 dla $t \in \langle -4, 4\rangle$

3.26 Szereg Fouriera 5

Rozwiń w szereg Fouriera sygnał x(t) dla $t \in \langle -4, 4\rangle$.

$$x(t) = \begin{cases} \text{sgn}(2t) \cdot t - 1 & dla \quad |t| \leqslant 2 \\ \text{Heaviside}(-2t) & dla \quad |t| > 2 \end{cases}$$



Rysunek 3: Sygnał do rozwinięcia w szereg Fouriera

3.27 Szereg Fouriera 6

Rozwiń w szereg Fouriera funkcję x(t) dla $t \in \langle -1, 5 \rangle$ (H - funkcja Heaviside)

$$x(t) = \begin{cases} 2 \cdot t + 1 & dla \quad |t| \leqslant 1 \\ 2 \cdot H(t-3) & dla \quad t > 1 \end{cases} \tag{8}$$

3.28 DFT

Policz DFT i widmo amplitudowe sygnałów x[n]:

1. $x[n] = [\ \mathbf{-3},\ \mathbf{1-i},\ \mathbf{2i},\ \mathbf{3+2i}\ ]$
2. $x[n] = [\mathbf{2},\ \mathbf{-3+i},\ \mathbf{0},\ \mathbf{2i}]$;
3. $x[n] = [\ \mathbf{-2+i},\ \mathbf{-2i},\ \mathbf{1+2i},\ \mathbf{1-i}\ ]$
4. $x[n] = [\mathbf{-3+i}, \mathbf{2-2i}, \mathbf{3i}, \mathbf{-2i}]$;