



Opcje realne są wszędzie, mają istotny wpływ na podejmowanie decyzji, a jeszcze nie umiemy ich wyceniać. Tak można podsumować tezy prezentowanego cyklu artykułów. Fakty te związane są z jednej strony z tym, że myśląc o przyszłości nieuchronnie mamy do czynienia ze zmiennymi losowymi, czyli wieloma scenariuszami rozwoju biznesu czy jego otoczenia. Z drugiej strony w zależności od zrealizowanego scenariusza mamy na ogół elastyczność w zakresie modyfikacji naszej strategii. Ta elastyczność to właśnie opcja realna. Jej zakres może być rozmaity, ma ona wartość, więc pytanie o obliczenie tej wartości jest ważne z punktu widzenia decyzji biznesowych.

Artykuł wstępny koncentruje się na próbie definicji opcji realnych i stawia problem wyboru metodologii ich wyceny. Punktem wyjścia jest definicja klasycznych instrumentów pochodnych, z jednej strony uproszczona do niezbędnych elementów, z drugiej na tyle ogólna, że pozwala objąć również instrumenty o dowolnych walorach bazowych (z tym że słowo „walor” nabiera tu szerszego sensu). Kwestia problemów związanych z wyceną jest tu tylko zasygnalizowana i zostaje rozwinięta w następnym artykule, w którym Wiktor Patena i Aleksander Urbański przedstawiają przegląd metod wyceny realnych instrumentów pochodnych. Omówione są podstawowe podejścia znane z literatury, ale konkluzja jest dobra dla badaczy, a zła dla praktyków: w zasadzie problem jest otwarty. Bartosz Ficak i Jerzy Dzieża koncentrują się na analizie klasycznych przykładów opcji realnych. Znajdziemy tu ich zastosowania w górnictwie i przemyśle farmaceutycznym. Kolejny artykuł, autorstwa Piotra Kobaka i Aleksandra Urbańskiego, pokazuje zaskakujące przykłady realnych instrumentów pochodnych, które trudno dostrzec gołym okiem. Przykłady oparte są na analizie zależności opisanych językiem mikroekonomii. ■

prof. dr hab. Marek Capiński
*Kierownik Katedry Finansów
Wyższa Szkoła Biznesu – NLU
w Nowym Sączu*

Marek Capiński

Definicja i wycena opcji realnych



Pomimo wielu prac poświęconych opcjom realnym trzeba stwierdzić, że problem jest

daleki od rozwiązania. Można powiedzieć, że rozwiązanie jest dane ogólną formułą przytoczoną w tekście, niewątpliwie prawdziwą, lecz bezużyteczną w praktyce bez dodatkowych założeń

Ogólna definicja instrumentu pochodnego

Zacznijmy od podania definicji instrumentu pochodnego w ogólnej postaci, która będzie wygodna do rozszerzenia pozwalającego zdefiniować opcje realne. Definicja musi spełnić dwa warunki: musi być precyzyjna oraz ogólna aby objąć wszystkie możliwe instrumenty pochodne.

- Finansowy instrument pochodny ma dwa składniki
- instrument bazowy,
 - funkcja wypłaty.

Przez instrument bazowy rozumiemy proces stochastyczny (szereg czasowy) pewnych obserwowalnych wielkości finansowych wyznaczonych przez rynek (jak na przykład proces cen akcji, wartości indeksu, wysokości stóp procentowych). Wprowadzając t jako oznaczenie czasu (dla prostoty dyskretnego, mierzonego w latach) z umowną chwilą dzisiejszą $t=0$, oznaczmy przez X_t ($t=0,1,2,\dots$) kolejne wartości instrumentu bazowego.

Istota instrumentu pochodnego polega na tym, że generuje on pewne przepływy gotówki zależne od instrumentu bazowego. Tą zależność można opisać specyfikując funkcje, które pokażą jak wypłata związana z instrumentem pochodnym zależy od wartości in-

instrumentu bazowego. Dopuszczamy sytuację, w której tych wypłat może być wiele (na przykład kontrakt *futures*), więc siłą rzeczy mamy różne wypłaty w różnych chwilach.

Zakładamy, że mamy dany zestaw funkcji wielu zmiennych $f_t(x_1, \dots, x_t)$, $t=0, 1, 2, \dots$

Definicja

Instrument pochodny jest to ciąg zmiennych losowych

$$f_t(X_1, \dots, X_t), \quad t=0, 1, 2, \dots$$

Wypłaty te precyzują przepływy gotówki pomiędzy stronami, czyli kwoty jakie posiadacz długiej pozycji uzyska od zajmującego krótką pozycję. Nie należy mylić wypłaty z wartością instrumentu w chwili t , która dla modelu rynku zupełnego będzie wartością oczekiwaną wypłaty, obliczoną względem jedynej miary martynałowej, zdyskontowaną do chwili t .

Na przykład, europejska opcja kupna z ceną realizacji K i terminem wykonania T jest opisana przez prosty zestaw funkcji, gdzie ważna jest tylko jedna zmienna

$$\begin{aligned} f_T(x_1, \dots, x_T) &= \max(0, x_T - K) \\ f_t(x_1, \dots, x_t) &= 0, \quad \text{dla } t \neq T. \end{aligned}$$

Dla opcji egzotycznych konieczne jest już uwzględnienie funkcji wielu zmiennych. Na przykład azjatycka opcja kupna jest opisana w następujący sposób:

$$\begin{aligned} f_T(x_1, \dots, x_T) &= \max\left(0, \frac{x_1 + \dots + x_T}{T} - K\right) \\ f_t(x_1, \dots, x_t) &= 0, \quad \text{dla } t \neq T. \end{aligned}$$

Dla kontraktu *futures*, z uwagi na codzienne rozliczanie, mamy już wiele funkcji. Przy założeniu, że cena kontraktu *futures* jest taka sama jak cena kontraktu *forward* (np. gdy stopa wolna od ryzyka jest nielosowa) dla długiej pozycji w kontrakcie *futures* z terminem realizacji T mamy

$$f_t(x_1, \dots, x_t) = x_t(1+r)^{-(T-t)} - x_{t-1}(1+r)^{-(T-t-1)},$$

gdzie r jest stopą wolną od ryzyka dla kapitalizacji rocznej (zob. [2], str. 134-138).

Powyższa definicja mówi, że w danej chwili wykorzystujemy tylko posiadaną informację (czyli wartości instrumentu bazowego w przeszłości aż do chwili obecnej).

Elegancka ogólna definicja „tylko dla matematyków” uwzględniająca istotę informacji wygląda tak: instrument pochodny to dowolny proces stochastyczny adaptowany względem filtracji wyznaczonej przez proces bazowy. Matematycy wiedzą jednak, że takie sformułowanie jest równoważne z powyższą definicją, więc moglibyśmy o nim zapomnieć.

Niemniej nie jest prosto dopasować powyższą definicję do opcji amerykańskiej. Problem polega na tym,

że wypłatę możemy zrealizować w dowolnej, ale tylko jednej chwili. Przy opcji europejskiej mamy również słowo „mogę” (mogę kupić, czy sprzedać), ale po chwili refleksji dochodzimy do wniosku, że jest to tylko pozor. Otóż gdy opcja jest w cenie w chwili realizacji, zakładamy, że zostanie zrealizowana. Dla opcji amerykańskiej wprowadza się pojęcie optymalnego momentu realizacji, ale może być ich wiele, więc nawet jeśli znamy realizację instrumentu bazowego (*ex post*) wybór pozostaje.

W miarę prosto można powyższą definicję zastosować dla opcji amerykańskich w modelu dwumianowym. Wtedy możemy zdefiniować wartość opcji amerykańskiej w dowolnej chwili czasowej (konieczne jest wykorzystanie tzw. obwiedni Snella, gdzie na każdym kroku porównuje się dwie decyzje: zrealizować lub czekać; zob. [2], str. 184, Definition 8.1). Wypłatę możemy wówczas realizować przez sprzedaż opcji, lub, zakładając, że na przykład z momentów optymalnych bierzemy najmniejszy, zdefiniować wypłatę wychodząc z obwiedni Snella (tym momentem jest wtedy pierwsza chwila w której „zrealizować” jest bardziej wartościowe niż „czekać”). Wtedy otrzymamy dość skomplikowany układ funkcji o tej własności, że gdy wstawimy konkretną realizację instrumentu bazowego, dostaniemy tylko jedną wypłatę w pewnej chwili, zależnej od tej realizacji.

Opcje realne - podstawowa idea

Opcje realne (używamy tradycyjnego terminu „opcje” choć właściwszy byłby „realne instrumenty pochodne” gdyż nie zawsze mamy do czynienia z funkcjami wypłaty charakterystycznymi dla opcji) podpadają pod powyższy schemat z jednym rozszerzeniem. Mianowicie rezygnujemy z wymagania aby instrument bazowy miał charakter finansowy i aby był wyznaczony bezpośrednio przez rynek, dopuszczając dowolny szereg czasowy.

Mogą to być na przykład (losowe) przepływy gotówki generowane przez pewien projekt inwestycyjny, jak również wysokość pokrywy śnieżnej w stacji narciarskiej, czy wysokość wody na rzece.

Ważny przykład to teoria strukturalna ryzyka kredytowego (pochodząca od Mertona), gdzie instrumentem bazowym jest nieobserwowalny proces wartości firmy, a obligacja jest opcją realną.

Bardzo ważną cechą szczególną tego typu walorów jest możliwość braku strony wystawiającej opcję. Opcje realne po prostu występują w pewnych sytuacjach biznesowych. (Można nawet zaryzykować stwierdzenie, że jest to zjawisko powszechne.)

Zaletą powyższej abstrakcyjnej definicji w odniesieniu do opcji realnych jest jej uniwersalność. W literaturze typy opcji realnych są jak gdyby odziedziczone z opcji finansowych. Tych jest duże bogactwo, jednak możliwość opisu sytuacji nie podpadającej pod znane opcje finansowe może mieć zastosowanie. A zidentyfi-



kowanie postaci opcji poprzez funkcje wypłaty jest niezbędnym pierwszym krokiem do ich wyceny.

Przykład

Najważniejsze przykłady będą związane z działalnością biznesową, czyli generowanymi przez nią przepływami gotówki. Zaczniemy od prostej sytuacji, gdy te przepływy są pewne.

Przypuśćmy, że

$$X_1=10, X_2=10, X_3=110, f_t(x_1, \dots, x_t)=x_t.$$

Wartość tego instrumentu pochodnego (jest to oczywiście zwykła obligacja kuponowa) to wartość dzisiejsza wypłat obliczona z użyciem stopy wolnej od ryzyka (gdyż przepływy są pewne). Jeśli stopa ta wynosi 10% (dla kapitalizacji rocznej) to dostajemy wartość 100. Taka powinna być wartość rynkowa tej obligacji w sytuacji rynku doskonałego, gdyż inna prowadziłaby do arbitrażu. Jak dobrze wiadomo, do wykorzystania tej ewentualnej okazji do arbitrażu konieczne jest aby instrument bazowy był w obiegu rynkowym (w celu replikacji), jak również musi być możliwe zajęcie krótkiej pozycji. W przypadku obligacji jest to na ogół spełnione.

Ogólniejszy przykład

Żałóżmy teraz, że X_1, X_2, X_3 to losowe przepływy gotówki generowane przez pewien projekt inwestycyjny oraz niech dla porównania z powyższą obligacją wartości oczekiwane będą z nią zgodne tj.

$$E(X_1)=10, E(X_2)=10, E(X_3)=110, f_t(x_1, \dots, x_t)=x_t$$

(wysoka ostatnia wartość oznacza na przykład uwolnienie wysokiego kapitału operacyjnego lub sprzedaż maszyn i urządzeń). Wartości oczekiwane zostały obliczone według prawdopodobieństw tzw. fizycznych (prawdziwych) zakładając chwilowo, że są one znane (powrócimy do tego poniżej). Oczywiście wartością dzisiejszą tych przepływów nie będzie 100. Podstawowy powód tego faktu to ryzyko, które wymaga zwiększenia stopy dyskontowej (czyli kosztu kapitału – wymaganej stopy zwrotu uwzględniającej ryzyko). Wyznaczenie tej stopy to bardzo poważny problem, którego nie analizujemy, gdyż nie jest to celem tego ogólnego wstępu. Żałóżmy, że mamy tą stopę daną, oszacowaną z wykorzystaniem wiedzy dostarczonej przez finanse firm. Przypuśćmy, że jest to 20%.

Pojawia się pytanie czy wartość dzisiejsza wartości oczekiwanych (czyli ok. 78,94) jest wartością tego projektu? Pytanie jest ważne, gdyż projekt podejmujemy, jeśli początkowe nakłady będą niższe od tej wielkości. Przedyskutujemy to pytanie poniżej.

Przykłady opcji realnych

Rozpatrywany dotychczas przykład nie ma charakteru opcji więc go zmodyfikujemy. Nazwiemy ten instrument opcją rozpoczęcia. Inwestor może ale nie musi podjąć inwestycję, czyli jest to najczęściej spotykana sytuacja w praktyce. Koszt jej rozpoczęcia (maszyny i urządzenia, czy zakup towaru do hurtowni) jest w praktyce znany i założymy, że wynosi 80.

Konstruujemy funkcję wypłaty modelującą dzisiejszą decyzję (opcja kupna)

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = \max(0, x_1(1+k)^2 + x_2(1+k) + x_3 - 80(1+k)^3),$$

$$f_t(x_1, \dots, x_t) = 0, \quad \text{dla } t \neq 3.$$

Rozważmy teraz wariant polegający na dodaniu **opcji zwiększenia skali** projektu. Przypuśćmy, że w chwili 2 możemy kupić dodatkowe aktywa za 50, co pozwoli podwoić wpływ gotówki w roku 3. Możemy, lecz nie musimy, więc dokładamy do wypłaty opcję kupna dla której funkcja wypłaty wygląda następująco:

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = \max(0, x_1(1+k)^2 + x_2(1+k) + x_3 + \max(x_3 - 50(1+k), 0) - 80(1+k)^3)$$

Gdy natomiast przypuśćmy, że w chwili 2 możemy zakończyć działalność sprzedając aktywa za 40, modelowanie takiej **opcji porzucenia** wymaga innej modyfikacji, tj.

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = \max(0, x_1(1+k)^2 + x_2(1+k) + x_3 + \max(40(1+k) - x_3, 0) - 80(1+k)^3)$$

Przypuśćmy teraz, że gotówka w chwili 3 jest zainkasowana w dolarach, a x_3 oznacza ich ilość. Zakładamy, że firma osłoniła swoją pozycję nabywając w chwili początkowej za 40 (złotych) opcje sprzedaży 100 dolarów, z ceną realizacji 4 PLN/USD. Zakładamy dla prostoty, że gotówka w chwili 3 nie przekroczy 100 dolarów. Kurs dolara d_3 w chwili 3 staje się elementem instrumentu bazowego i mamy następujący wariant powyższej wypłaty:

$$f_3(x_1, x_2, x_3, d_3) = \max(0, x_1(1+k)^2 + x_2(1+k) + x_3 \times d_3 + 100 \times \max(4 - d_3, 0) - 110(1+k)^3)$$

Zwróćmy uwagę, że takie ogólne przedstawienie pozwala przyjąć jako instrument bazowy wysokość sprzedaży, czy też zysk operacyjny i wtedy funkcja f wylicza przepływy gotówki. Kwestia decyzji co przyjmujemy jako instrument bazowy jest ściśle związana z problemem jego modelowania (w literaturze znane jest na przykład podejście, gdzie EBIT jest modelowany jako rozwiązanie pewnego stochastycznego równania różniczkowego, co jest potem podstawą budowy modelu wyceny firmy).

Problem wyceny

Naturalne jest przyjęcie poniższej wielkości jako możliwej wartości opcji realnej opisanej we wcześniejszych rozważaniach

$$E\left(\frac{1}{(1+k)^3} f_3(X_1, X_2, X_3)\right).$$

Wielkość ta jest na przykład zgodna z podstawową metodologią wyceny projektów inwestycyjnych jako zdyskontowanej wartości oczekiwanej losowych przepływów gotówki.

Gdy chcemy odpowiedzieć na pytanie czy jest to dobra propozycja, nasuwa się szereg pytań i wątpliwości. Najistotniejsze dotyczą sformułowania zasady, którą powinniśmy przyjąć jako podstawę wyceny.

1. Dla opcji finansowych zasadą tą jest wykluczenie możliwości arbitrażu. Zasady tej nie możemy jednak odnieść do opcji realnych z kilku powodów:

- instrument bazowy na ogół nie znajduje się w obrocie rynkowym,
- brak możliwości replikacji,
- nie ma możliwości zajęcia krótkiej pozycji.

2. Powyższa wielkość wydaje się być zgodna z zasadą *fair play* według której wartość oczekiwana wypłaty z gry dla każdego gracza powinna być zero. Problemem jest jednak wybór prawdopodobieństw, według których jest obliczona wartość oczekiwana. Nawet zakładając, że istnieją obiektywne prawdopodobieństwa fizyczne, nie mamy w praktyce możliwości ich dokładnego oszacowania. Z uwagi na tą trudność możemy przyjąć, że takie prawdopodobieństwa będą zależały od indywidualnego punktu widzenia inwestora. To samo dotyczy również kosztu kapitału (obejmującego ryzyko specyficzne).

Dochodzimy więc do wniosku, że powyższy wzór daje nie jedną wartość, ale pewien przedział zależnie od subiektywnego wyboru prawdopodobieństw i stóp dyskontowych. Jest to zgodne punktem widzenia, że **wartość to pogląd** i zależy od indywidualnych preferencji.

Przyjmijmy więc następującą ogólną zasadę:

Wartość opcji realnych to jedna z liczb będących wartością oczekiwaną przyszłych przepływów gotówki zdyskontowanych kosztem kapitału. Jest to wielkość subiektywna i zależy od wyboru kosztu kapitału jako stopy dyskontowej, oraz wyboru miary probabilistycznej do obliczenia wartości oczekiwanej.

Wracając do przykładu z punktu o projekcie inwestycyjnym, możemy stwierdzić, że nie ma jednej uniwersalnej wartości, lecz zależy ona od inwestora, co skądinąd jest intuicyjnie oczywiste.

Szczególny przypadek: opcje finansowe

W przypadku opcji finansowych sprawa jest prosta gdyż problem rozstrzyga zasada braku arbitrażu przy założeniu zupełności rynku (możliwość replikacji dowolnych przepływów gotówki przez portfel zbudowany z waloru bazowego i obligacji. Zakładamy milcząco dla

prostoty, że mamy do czynienia z rynkiem doskonałym – m.in. brak kosztów transakcji, możliwość zajęcia krótkich pozycji, podzielność walorów).

Zasada braku arbitrażu **eliminuje niejednoznaczność** zawartą w powyżej sformułowanej ogólnej zasadzie: indywidualne preferencje, przekonania o przyszłej dynamice walory bazowego stają się nieistotne. Mamy wtedy stopę wolną od ryzyka jako koszt kapitału oraz miarę neutralną względem ryzyka (miarę martyngałową) do obliczenia wartości oczekiwanej, która jest wtedy jedyna i możliwa do wyznaczenia (co rozwiązuje problem wyboru prawdopodobieństw dyskutowany powyżej). Jednak już przy dopuszczeniu na przykład kosztów transakcji rynek przestaje być doskonały i nieuchronnie wycena opcji finansowych daje przedział wartości – widełki zamiast jednej liczby.

Powyższy wzór dla europejskiej opcji kupna przyjmuje powszechnie znaną szczególną postać

$$E^*\left(\frac{1}{(1+r)^3} \max(0, X_3 - K)\right),$$

gdzie zwyczajowo gwiazdka oznacza wybór miary martyngałowej.

Sprawa jest również prosta dla opcji realnych przy założeniu, że istnieje walor finansowy idealnie skorelowany z walorem bazowym opcji realnej, gdyż wtedy mamy do czynienia w istocie z opcją finansową. Założenie to jest często robione ale jest wysoce nierealistyczne. Jest ono mocniejszą wersją postulatu, że rynek jest zupełny (mocniejszą, gdyż obejmuje wszelkie losowe wypłaty). Konsekwencje nawet niewielkiego rozluźnienia tego założenia zostały przedyskutowane w pracy [3], gdzie udowodniono, że w modelu Blacka-Scholesa nie ma żadnego ograniczenia na arbitrażową cenę, jeśli korelacja jest mniejsza od 1 (wersja analogicznego twierdzenia dla modelu dwumianowego jest pokazana w [1]).

Konkluzje

Wydaje się jasne z powyższych rozważań, że wycena opcji realnych wymaga wykorzystania jednego z narzędzi rozwiniętych do wyceny instrumentów pochodnych w rynkach niezupełnych (gdzie jak wiadomo nie ma jednoznaczności miary martyngałowej).

Założenie zupełności rynku jest szczególnie niezyciowe gdy mówimy o finansach firm. Wiadomo dobrze, np. zob. [4], że w rynku zupełnym i bez arbitrażu wszystkie projekty inwestycyjne mają wartość dzisiejszą netto równą zero (NPV = 0). Ten fakt jest zupełnie niezgodny z teorią i praktyką tej gałęzi finansów, do której należą przecież opcje realne.

Myśląc o technikach rozwiniętych dla rynków niezupełnych, należy wyróżnić metodę opartą na wykorzystaniu funkcji użyteczności (Fritelli i inni) jako rękującą największe nadzieje. Inne metody, jak na przykład minimalizacja ryzyka, zbadana przez



Schweitzera (metoda pozwalająca wybrać jedną z wielu miar martyngałowych), nie są wolne od grzechu możliwych ujemnych cen instrumentów o dodatnich wypłatach.

Pomimo wielu prac poświęconych opcjom realnym (przegląd najważniejszych w następnym artykule) trzeba stwierdzić, że problem jest daleki od rozwiązania. Sformułowana powyżej ogólna zasada daje wzór na cenę opcji realnej, niewątpliwie prawdziwy, lecz bezużyteczny w praktyce bez dodatkowych ustaleń. Trzeba mianowicie analizować konkretne sytuacje dobierając za każdym razem:

- model procesu stochastycznego wartości instrumentu bazowego,
- koszt kapitału,
- miarę probabilistyczną.

Przedstawiony powyżej schemat obejmuje w zasadzie wszelkie sytuacje spotykane w biznesie, pozwala modelować decyzje i dynamiczne modyfikacje działalności w oparciu o nadchodzące informacje, pozwala obliczać wartość tych decyzji. Szczególnym przypadkiem problemu wyceny opcji realnych jest więc fundamentalny problem wyceny firm jak również analiza ryzyka kredytowego w podejściu strukturalnym.

Niedawno wykład w ramach PRMIA o podstawach opcji realnych zakończyłem prowokująco: *opcje realne – nie ma takiej rzeczy* (mówiąc, że wystarcza NPV dla bardzo dokładnie zbudowanych drzew decyzyjnych). Dziś mówię: *opcje realne – nie ma innych rzeczy*. W świetle powyższych rozważań widać, że nie ma sprzeczności i że mówię dokładnie to samo. ■

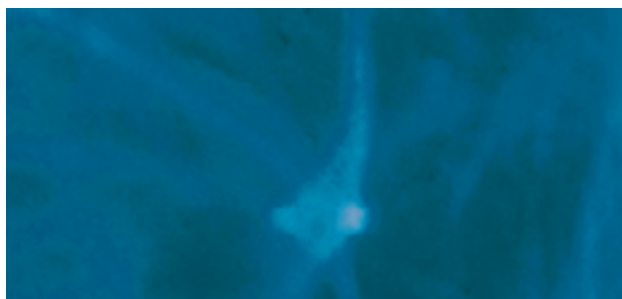
Marek Capiński

*Katedra Finansów
Wyższa Szkoła Biznesu – NLU
Nowy Sącz*

<http://kf.wsb-nlu.edu.pl>

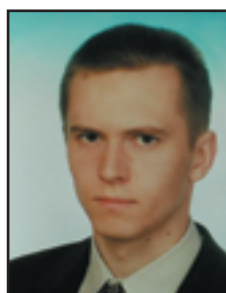
Literatura

- [1] M.Capiński, W.Patena, Real Options – Realistic Valuation, www.ssrn.com
- [2] M.Capiński, T.Zastawniak, Mathematics for Finance, An Introduction to Financial Engineering, Springer-Verlag, 3rd corrected printing, London 2004.
- [3] F.Hubalek, W.Schachermayer, "The Limitations of No-Arbitrage Arguments for Real Options", International Journal of Theoretical and Applied Finance, No. 4(2) (2001), 361-373.
- [4] Joao Amaro de Matos, Theoretical Foundations of Corporate Finance, Princeton University Press, Princeton 2001.



Wiktor Patena,
Aleksander Urbański

Wycena opcji realnych – metody, wyzwania



Przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych nie można ignorować pojawiających się opcji realnych. Radykalnie zwiększają one możliwości reagowania firmy na zmieniające się warunki rynkowe. Trzeba być jednak

świadomym tego, że wycena opcji realnych jest jak na razie sprawą subiektywnych wyborów i to w dużo większym stopniu, niż dałoby się to wytłumaczyć tylko innym nastawieniem inwestorów do ryzyka

Wstęp

Pojęcie opcji realnych pojawiło się w literaturze w latach 70. [24, s.7] jako odpowiedź na klęskę tradycyjnych metod budżetowania takich jak *Discounted Cash Flows* (DCF). Powszechnie uznano, że metody oparte na DCF nie pozwalają na właściwą wycenę wartości płynących z aktywnego zarządzania firmą, szczególnie w kontekście dostosowywania działań firmy do zmieniających się warunków rynkowych.

Punktem wyjścia do wyceny opcji realnych były prace Blacka, Scholesa [3] i Mertona [22] dotyczące wyce-



ny opcji finansowych. Następnie, Cox, Ross i Rubinstein [11] zaprezentowali podejście wyceny opcji oparte na drzewach dwumianowych. Od tego czasu obserwujemy mnogość literatury na temat wyceny opcji.

W latach 80. opcje realne zaczęły być stosowane w wielu firmach, głównie japońskich. Dzisiaj stają się standardowym narzędziem planowania strategicznego w dużych korporacjach na całym świecie¹. Równolegle doskonalone są metody numeryczne obliczania wartości opcji realnych².

Niniejsza praca poświęcona jest przeglądowi podstawowych faktów dotyczących opcji realnych, a w szczególności metod ich wyceny.

Klasyfikacja opcji realnych

Rozważmy inwestora otwierającego kawiarenkę internetową. Załóżmy, że wynajmuje on lokal większy niż potrzebuje w odniesieniu do pierwotnie zakładanej liczby stanowisk. Można ten fakt interpretować następująco: inwestor nabywa pewną opcję realną. Przypomina ona wyraźnie, znaną w świecie finansów od lat, opcję *call*. Jeśli popyt na usługi będzie mały, opcja nie przyda się. Jeśli jednak popyt przekroczy pewien próg, inwestor będzie mógł zrealizować opcję – łatwo i szybko rozwinąć działalność i wypracować dodatkowe zyski. Wypłata z tej opcji dana jest następującym wzorem: $\max(0, R-K)$, gdzie K to nakłady poniesione na zakup kolejnych stanowisk (wartość inwestycji), a R oznacza zyski związane z dodatkowymi stanowiskami komputerowymi. Instrumentem bazowym jest tu wartość popytu – od niego zależy wypłata z naszej opcji. Ponieważ jednak popyt wprost przekłada się na przepływy pieniężne kawiarni, a zatem również na ich podstawie można wyliczyć wypłatę opcji, wielu autorów [24, 10] przyjmuje w tego typu sytuacjach właśnie pewne przepływy gotówki związane z projektem jako instrument bazowy opcji realnej. Wykorzystując tę konwencję, jako instrument bazowy rozważanej opcji realnej można by przyjąć zyski R z funkcjonowania dodatkowych stanowisk komputerowych, co wydaje się naturalne patrząc na wzór wypłaty opcji.

W wypadku gdy w naszej kawiarni jest też zaplecze kuchenne, to możemy mówić o kolejnej opcji. Jeśli bowiem popyt na internet będzie mały, inwestor będzie mógł zredukować liczbę stanowisk, a zwolnione miejsce wynająć jako bar. Tym razem opcja przypomina znaną w świecie finansów opcję *put*, jej wypłata dana jest wzorem $\max(0, K-R)$, gdzie K to przychód z najmu, a R to zyski z dalszego prowadzenia likwidowanych stanowisk.

Niezależnie od zaczerpniętej ze świata finansów klasyfikacji opcji na *call* i *put*, w literaturze [10] klasyfikuje się opcje realne zależnie od możliwości, jakie oferują. Najbardziej typowe opcje to: opcja odsunięcia projektu w czasie (*deferral option*), opcja porzucenia (*abandon option*), opcja zmniejszenia skali projektu (*contract option*), opcja rozwoju (*growth option*).

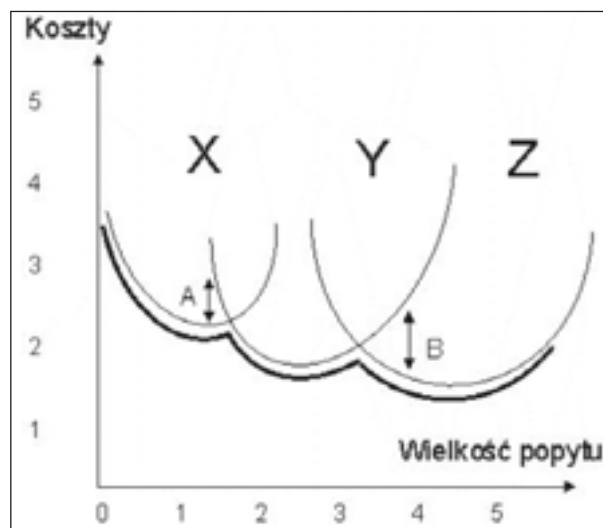
Typowe projekty są jednakże zbiorem bardzo wielu opcji, z których część jest wzajemnie od siebie zależna.

Stąd kolejna kategoria tzw. opcji złożonych (*compound options*), a także opcji uzależnionych od kilku źródeł ryzyka, tzw. opcji tęczyowych (*rainbow options*).

Wymiar mikroekonomiczny

Zakładając kawiarenkę inwestor mógł wybrać różną wielkość swojej firmy. Każda ma inną krótkookresową funkcję średnich kosztów, przez co działa optymalnie przy innej wielkości popytu. Na rysunku 1. przedstawiono funkcje kosztów dla trzech przykładowych wielkości firmy X, Y, Z. Załóżmy, że otwarta przez naszego inwestora kawiarnia internetowa jest wielkości Y. Łatwo zauważyć, że minimalizuje ona koszty (optymalizuje zysk) przy popycie około 2,5 jednostki. Przy popycie mniejszym lub większym koszty radykalnie rosną czyniąc działalność kawiarni nieopłacalną. Analizowane opcje realne umożliwiają jednak inwestorowi przeskoczenie w krótkim okresie na krzywe X lub Z. Dzięki opcjom realnym to obwiednia na rysunku 1. (podniesiona oczywiście o koszty uzyskania opcji) jest wobec tego rzeczywistą ilustracją krótkookresowej funkcji kosztów rozważanej kawiarni.

Rysunek 1. Funkcje kosztów dla firm o różnej wielkości



Opcje realne radykalnie zwiększyły więc możliwości reagowania na zmieniające się warunki rynkowe. To, co możliwe jest normalnie tylko w długim okresie czasu, stało się dla naszego inwestora kwestią krótkookresowych decyzji. Standardowe metody wyceny projektów nie zauważają często tego typu efektów, wypacząc znacząco wartość inwestycji.

Problemy z wyceną

Mimo narzucającego się wrażenia, że opcje realne są właśnie tym, czego brakowało do precyzyjnej wyceny



projektów, ich stosowanie w praktyce biznesowej spotyka się z oporem.

Głównym powodem jest brak przekonania menadżerów co do poprawności metody. Sugerowane przez teoretyków rozwiązania wymagają często zaawansowanego aparatu matematycznego (stochastyczne równania różniczkowe), więc cała teoria traktowana jest przez większość menadżerów z nieufnością i poczuciem, że metodologia używana do obliczeń jest trudno weryfikowalna³.

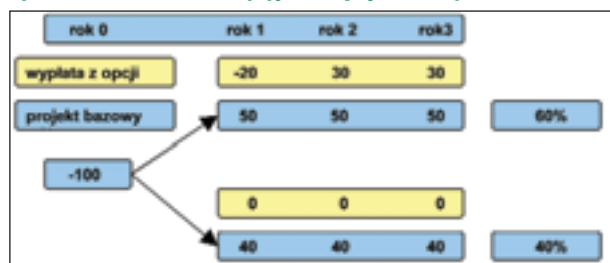
Intuicyjnie przyjmowane przez menadżerów kryterium prostoty jako wyznacznika prawdziwości teorii wydaje się jednak sprawdzać w tym przypadku. Pomimo intensywnych badań teoretycznych nie udało się bowiem uzyskać jak dotąd jasnej, spójnej i dającej się łatwo zastosować w praktyce teorii wyceny opcji realnych. Głównym problemem pozostaje modelowanie i wycena ryzyka. Źródłami ryzyka pojawiającymi się w kontekście realnych instrumentów pochodnych są bowiem najczęściej procesy obserwowane w rzeczywistym świecie, jak np. pogoda w regionie czy zainteresowanie klientów produktem, przez co znalezienie ich związku z rynkiem finansowym, na którym dokonywana jest wycena, bywa zadaniem bardzo wymagającym.

Drzewa decyzyjne a opcje realne

Najbliższą intuicji menadżerów metodą wyceny realnych instrumentów pochodnych jest rozwinięcie metody dyskontowanych przepływów w bardziej rozbudowane drzewo decyzyjne. W metodzie tej musimy wprost wskazać źródła ryzyka, podając możliwe wydarzenia i ich prawdopodobieństwa. Rozważmy ponownie przykład kawiarni internetowej, tym razem przyjmując konkretne założenia budżetowe i ograniczymy nasze rozważania do opcji zwiększenia rozmiaru działalności. Niech oczekiwane przepływy pieniężne dla początkowej liczby stanowisk w 3-letnim okresie trwania projektu wynoszą: -100, 40, 40, 40 w przypadku małego popytu, a -100, 50, 50, 50 w przypadku dużego popytu. Niech koszt kapitału wynosi 20%, a szacunkowe prawdopodobieństwo wystąpienia dużego popytu 60%. Bez uwzględnienia opcji realnej NPV projektu wynosi -3,1, co by oznaczało, że projekt nie nadaje się do realizacji. Jest to oczywiście błąd, ponieważ uwzględniliśmy wydatki związane z wynajmem dodatkowej powierzchni nie uwzględniając korzyści, jakie może to przynieść.

Jeśli zatem uwzględnimy wypłaty opcji realnej, która przy dobrej koniunkturze (po dodatkowej inwestycji 20) pozwoli zwiększyć przepływy w kolejnych latach do 80, to otrzymamy następujące drzewo (rysunek 2.).

Rysunek 2. Drzewo decyzyjne z opcją realną.



Sumując teraz w każdym roku wypłaty z opcji i projektu bazowego otrzymujemy NPV projektu równe 9,8. Sama opcja została więc wyceniona metodą drzewa decyzyjnego na $9,8 - (-3,1) = 12,9$.

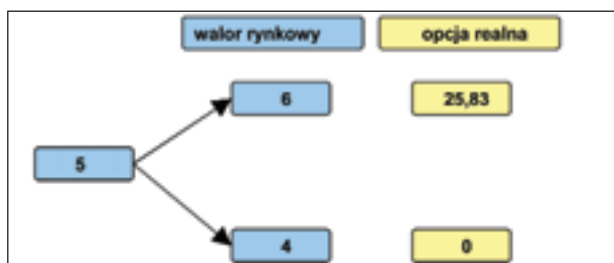
Pojawiają się jednak głosy krytyczne wobec tej metody:

1. Twierdzi się [24], że po dodaniu kilku kolejnych opcji drzewo decyzyjne zamienia się w skomplikowany i nieprzejrzysty „krzak decyzyjny”, co skutecznie utrudnia strategiczne planowanie dokonywane z jego użyciem.
2. Autorzy [10] kwestionują też możliwość wiarygodnego oszacowania fizycznych prawdopodobieństw, których znajomość jest warunkiem *sine qua non* tej metody.
3. Zwraca się też uwagę [10] na fakt, że przy takim zastosowaniu metody do dyskontowania wszystkich przepływów użyty został ten sam koszt kapitału, podczas gdy zmienność zwrotów z projektu oraz zwrotów samej opcji mogą być różne.
4. Warto tu też podkreślić, iż metoda drzew decyzyjnych ignoruje zupełnie istnienie rynku, na którym wiele z pojawiających się w projekcie wzorów przepływów gotówki może mieć już swoje ceny. Wiadomym zaś jest, że ich ponowna wycena według prawdopodobieństw fizycznych (jak to ma miejsce w metodzie drzew decyzyjnych) jest niepoprawna i z reguły otwiera możliwości arbitrażu.

Metodologia opcji finansowych

Podejmijmy jeszcze jedną próbę obliczenia wartości tej samej opcji, tym razem wykorzystując metodologię zaczerpniętą ze świata opcji finansowych. Ponieważ decyzja rozwinięcia bądź nie działalności kawiarni zostaje podjęta na początku pierwszego roku, a wszystkie kolejne przepływy są jej skutkiem, możemy uprościć sytuację rozważając zamiast trzech corocznych wypłat opcji ich sumę zdyskontowaną kosztem kapitału na pierwszy rok. Przy takiej interpretacji wypłata rozważanej opcji to 25,83 gdy popyt będzie duży, a 0 w przeciwnym wypadku. Musimy teraz znaleźć walor, który jest obiektem handlu giełdowego i którego wartość zależy, tak samo jak wypłata rozważanej opcji, od popytu na usługi rozważanej kawiarni internetowej. Niech przykładowo postulowany walor rynkowy kosztuje 5 i wypłaca po roku 6 gdy popyt będzie duży, lub 4 gdy popyt będzie mały. Zestawienie wypłat opcji realnej oraz waloru rynkowego przedstawia rysunek 3.

Rysunek 3. Wyплаты opcji realnej oraz waloru rynkowego



Niech dany też będzie instrument wolny od ryzyka kosztujący 10 i wypłacający po roku 11. Inwestując teraz 64,58 w rynkowy walor zależny od popytu oraz pożyczając 46,97 po stopie wolnej od ryzyka, otrzymamy portfel mający takie same wypłaty jak rozważana opcja realna, czyli replikujący wypłaty tej opcji. Jeśli bowiem popyt okaże się duży, to wartość portfela będzie wynosić

$$64,58 \times \frac{6}{5} - 46,97 \times \frac{11}{10} = 25,83,$$

jeśli zaś mały, to wartość będzie wynosić

$$64,58 \times \frac{4}{5} - 46,97 \times \frac{11}{10} = 0.$$

Posługując się teraz argumentem braku arbitrażu stwierdzamy, że początkowa wartość opcji to początkowa wartość portfela replikującego, czyli $64,58 - 46,97 = 17,61$. Nie przypadkiem otrzymany wynik jest różny od otrzymanego wcześniej. Użyta tu została bowiem informacja pochodząca z rynku, a nie (jak w przypadku drzewa decyzyjnego) dokonana przez menadżerów subiektywna ocena prawdopodobieństw.

Stosując tę metodę nie modelujemy bezpośrednio źródła ryzyka związanego z rozważaną opcją, ale wskazujemy inny walor rynkowy, którego wypłaty również zależą od tego źródła i wyceniamy opcje względem tego waloru. Niestety nadal musimy wskazać wszystkie scenariusze rozwoju kawiarni i możliwe ceny potrzebnego waloru, choć już nie ma konieczności szacowania prawdopodobieństw każdego z rozważanych scenariuszy.

Używając metodologii finansowej autorzy w literaturze posługują się częściej modelem Blacka-Scholesa [3]. Zakłada on pewną dynamikę zmian cen waloru, przez co zwalnia z konieczności ustalania scenariuszy i wycena realnego instrumentu pochodnego sprowadza się do znalezienia kilku podstawowych parametrów:

- aktualnej ceny waloru replikującego,
- wypłaty opcji realnej zależnie od przyszłej wartości tego waloru,
- zmienności zwrotów waloru oraz
- stopy wolnej od ryzyka.

Obliczenie ceny instrumentu pochodnego sprowadza się wtedy do numerycznego obliczenia pewnej całki, a dla wypłat pewnej postaci, takich jak np. standardowe opcje *call* i *put*, cenę można znaleźć analitycznie.

Dla rozważanej wcześniej kawiarni internetowej taka wycena opcji rozszerzenia działalności mogłaby wyglądać następująco. Na rynku znajdujemy walor bliźniaczy

idealnie skorelowany ze zdyskontowanymi na pierwszy rok przepływami generowanymi przez dodatkowe stanowiska komputerowe *R*. Po odpowiednim przeskalowaniu (prace Amrama i Kulatilaki [1]), tak aby walor generował przepływy dokładnie równe *R*, znaleziony walor rynkowy możemy utożsamiać z instrumentem bazowym opcji realnej. Jak już zostało wcześniej zaznaczone, wypłata z rozważanej opcji to $\max(0; R - K)$, gdzie *K* to koszt rozbudowy działalności (wcześniej założyliśmy, iż wynosi 20). Jest to więc wypłata z opcji *call* o cenie realizacji 20 na znaleziony instrument bazowy. Znając aktualną cenę instrumentu bazowego (30), zmienność zwrotów⁴ (30%), stopę wolną od ryzyka (10%) i czas realizacji (decyzję o rozszerzeniu podejmujemy za 1 rok⁵) możemy obliczyć wartość rozważanej opcji realnej rozszerzenia działalności kawiarni według wzoru Blacka-Scholesa otrzymując 12,03.

Przedstawiona metoda wyceny opcji realnych (za Borisonem [4]) zwana jest metodą klasyczną. Warto tu jeszcze raz podkreślić najbardziej charakterystyczną cechę takiego podejścia. Konsekwentnie polega ono na mocnym i mało realistycznym założeniu, że potrafimy znaleźć na rynku walor, który możemy utożsamiać z instrumentem bazowym opcji oraz skonstruować portfel replikujący wypłatę z opcji. Z tego powodu metoda ta stosowana jest najczęściej w odniesieniu do projektów związanych z przetwarzaniem surowców (*commodities*), tj. ropy, miedzi, cynku itp, gdzie znalezienie portfela przynajmniej prawie dokładnie replikującego wypłatę opcji realnej wydaje się być możliwe, gdyż surowce te są w obrocie giełdowym.

Wątpliwości co do zasadności takiego zastosowania metody klasycznej w praktyce dostarcza praca Hubalka i Schachermayera [16]. Główna teza ich pracy brzmi, że (pod pewnymi założeniami) jeśli nie potrafimy znaleźć portfela umożliwiającego replikację wypłaty opcji realnej, a tylko portfel umożliwiający replikację z pewną dokładnością, to *każda liczba w przedziale $(0, \infty)$ może, bez złamania zasady braku arbitrażu, być możliwą ceną tej opcji*. Autorzy zaznaczają, że przesłaniem ich artykułu nie jest twierdzenie, że używanie metodologii Blacka-Scholesa do wyceny opcji realnych jest błędne. Kiedy jednak stosujemy tę metodologię do opcji realnych, których instrument bazowy nie jest walorem znajdującym się w obrocie, to należy zachować ostrożność i zdawać sobie sprawę, że dochodzą wtedy do głosu subiektywne wybory i prawdopodobieństwa. Na pocieszenie pozostaje fakt, że jeśli portfel prawie dokładnie replikuje wypłatę opcji, to po odrzuceniu już kilku procent najmniej prawdopodobnych przypadków (tzn. cen, które dopuszczają arbitraż tylko z prawdopodobieństwem mniejszym od zadanego) przedział możliwych cen bardzo się kurczy.

Problem portfela replikacyjnego

Metody zapożyczone ze świata finansów bazują na możliwości replikacji. Ich użycie do wyceny opcji realnych jest więc uzasadnione tylko wtedy, jeśli na rynku



istnieje walor, który mógłby być użyty do replikacji wypłaty z opcji realnej. W szczególności można postulować, jak to zostało przedstawione w poprzednim paragrafie, że na rynku istnieje walor bliźniaczy, który generuje przepływy idealnie skorelowane z instrumentem bazowym opcji. Nie przypadkiem w poprzednim paragrafie nie zostało jednak wyjaśnione, czym jest znaleziony walor rynkowy użyty do replikacji. Znalezienie go jest z reguły zadaniem trudnym.

Niektórzy autorzy zdają sobie sprawę, że koncepcja bliźniaczych walorów jest mocna i prawdopodobnie mało realistyczna. Szukają więc sposobów innego uzasadnienia użycia zaczerpniętych z rynków finansowych metod wyceny opcji realnych.

Trigeorgis [24] pisze, że *istnienie w obrocie na rynku pełnym bliźniaczego waloru (albo portfela walorów), który jest idealnie skorelowany z instrumentem bazowym opcji realnej jest wystarczającym warunkiem do wyceny opcji realnej* (według metodologii opcji finansowych - (przypis autora)). Szeroką prezentację takiego podejścia zawierają prace Howella [15] i Luehrmana [20]. W oparciu o tę metodę opcje realne wyceniali m.in. Boer [5] i Kellog [18].

Przy braku wskazania na rynku waloru, którego używamy podczas replikacji, pojawia się jednak problem ustalenia niezbędnych do wyceny opcji parametrów. W praktyce zarówno dzisiejszą wartość instrumentu bazowego, jak i zmienność zwrotów ustala się subiektywnie, analizując przepływy generowane przez projekt. Nawet jeżeli zgodzimy się więc z głównym założeniem, iż istnieje na rynku walor, który mógłby zostać użyty do budowy portfela replikującego, co usprawiedliwia użycie metod zaczerpniętych ze świata finansów, to otrzymany tą metodą wynik będzie tylko na tyle wiarygodny, na ile dobrze odgadliśmy parametry tego waloru. Wątpliwości budzi też fakt, że wyceniliśmy opcję metodą zakładającą możliwość budowy portfela replikującego wypłatę opcji, podczas gdy nie posiadamy wystarczających informacji by to zrobić (tzn. nie potrafimy wskazać odpowiedniego portfela), a ich zdobycie wiązałoby się z dodatkowymi kosztami.

Copeland [10] rozwija tę koncepcję. Zauważa, że *stosowanie podejścia z użyciem bliźniaczego waloru jest wysoce frustrujące, jako że znalezienie waloru będącego w obrocie giełdowym, a którego przepływy gotówki są idealnie skorelowane z przepływami generowanymi przez instrument bazowy opcji realnej przez cały okres trwania projektu, jest praktycznie niemożliwe*. Jako rozwiązanie problemu Copeland wprowadza koncepcję pod nazwą *Marketed Asset Disclaimer* (MAD), gdzie proponuje założyć, że instrument bazowy opcji realnej jest po prostu walorem finansowym i wycenić opcję realną na takim rozszerzonym o nowy instrument rynku. Często, podobnie jak w przypadku rozważanej kawiarni internetowej, instrument bazowy opcji można

utożsamić z przepływami generowanymi przez fragment rozważanego projektu. Stosowanie koncepcji MAD w praktyce sprowadza się więc do próby oszacowania ceny rynkowej i zmienności zwrotów projektu, tak jakby był on przedmiotem obrotu. Copeland proponuje użycie tu bazowej (bez opcji) wartości NPV projektu⁶. Zakłada bowiem, iż owa wartość NPV jest najlepszym nieobciążonym szacunkiem ceny, jaką projekt uzyskałby na rynku, gdyby był w obrocie. Zmienność zwrotów wyznaczana jest natomiast [10] poprzez identyfikację czynników ryzyka i symulacje Monte Carlo.

Wartość opcji liczona jest więc względem wartości rynkowej bazowego projektu. Kluczowym zagadnieniem jest zatem poprawne obliczenie tej wartości. Ponieważ, podobnie jak w przypadku drzew decyzyjnych, takie podejście charakteryzuje brak bezpośredniego związku obliczanej wartości opcji z rynkiem, wynik będzie poprawny tylko wówczas, jeśli szacując właśnie wartość dzisiejszą projektu bazowego uwzględnimy wyceny rynkowe. Niestety wymaga to dokładnej analizy związku przepływów generowanych przez projekt z cenami walorów rynkowych i proste NPV może nie być tu wystarczającym narzędziem.

W 2001 r. Fernandez [13] zasugerował użycie podczas wyceny opcji realnych zmodyfikowanego wzoru Blacka-Scholesa, gdzie poza standardowymi czynnikami, wartość opcji zależy także od oczekiwanego zwrotu z instrumentu bazowego opcji i stopy dyskontowej właściwej dla danego projektu. Oznacza to jednak rezygnację z metodologii replikacji. Ostatecznie liczona jest wartość oczekiwana zdyskontowanych przepływów według prawdopodobieństw fizycznych, które obliczane są na podstawie dodatkowych parametrów. Metoda ta nie jest więc niczym innym jak pewnym uogólnieniem drzew decyzyjnych, nie rozwiązującym jednak żadnego ze związanych z nimi problemów.

Metody zintegrowane

We wszystkich przedstawionych powyżej metodach (drzewa decyzyjne, metoda klasyczna, subiektywna, metoda MAD) mamy do czynienia z jednym z dwóch problemów: wyceniamy projekt w oderwaniu od rynku (drzewa decyzyjne), bądź nieco na siłę szukamy związków projektu z rynkiem (metody finansowe).

Jako rozwiązanie tego problemu Smith i McCradle [23] zaproponowali procedurę zintegrowanej wyceny opcji realnych, gdzie używa się metody opcji finansowych w odniesieniu do fragmentów projektu, które można zreplikować, i metodę drzew decyzyjnych w odniesieniu do innych kategorii ryzyka. Określają oni obie kategorie ryzyka odpowiednio jako *public* i *private*. Metoda polega na budowie drzewa decyzyjnego, identyfikacji źródeł ryzyka i przyporządkowaniu odpowiednich metod wyceny (replikacja, prawdopodobieństwa rzeczywiste) różnym elementom drzewa. Poprawność wyceny zależy tu więc od poprawności podziału drzewa na odpowiednie części. Poza oczywistymi przypadkami, gdy w drzewie pojawiają się np.

opcje walutowe, nie jest to jednak zadanie proste. Przykładowo, dla rozważanej kawiarni internetowej zapewne część przepływów dałoby się zreplikować używając udziałów w wybranym portalu internetowym (większa wartość portalu zapewne wynika z większego zainteresowania internetem), bądź spółce sprzedającej stałe łącza do internetu (więcej prywatnych łącz zmniejsza zainteresowanie kawiarniami internetowymi), ale jakiegokolwiek precyzyjne oszacowania wydają się być niemożliwe. Metoda teoretycznie poprawna, w praktyce usuwa więc tylko znaczące sprzeczności między drzewem decyzyjnym a rynkiem, pozostawiając jednakże wiele mniej oczywistych.

Innym podejściem jest tzw. realistyczna wycena opcji realnych zaproponowana przez Capińskiego i Patenę [7, 8]. Odrzucają oni założenie o idealnej korelacji pomiędzy instrumentem bazowym opcji realnej a walorem finansowym. Szukają natomiast zależności pomiędzy stopniem tej korelacji a ceną opcji realnej. Rozważają dwa walory, realny i finansowy, modelując dynamikę wypłat i korelację za pomocą drzewa czteromianowego. Przy założeniu korelacji 1 wycena opcji jest łatwa i może być oparta na założeniu dotyczącym istnienia portfela replikacyjnego (metoda klasyczna). Przy braku idealnej korelacji, autorzy szukają niezbędnej do wyceny ryzyka informacji w dotychczasowej działalności firmy – podstawą wyceny opcji realnej staje się założenie dotyczące niezmienności indeksu Sharpa dla konkretnej firmy. Skutkiem takiego podejścia jest wyznaczenie przedziału cen dla konkretnej opcji przy różnych wartościach korelacji pomiędzy walorem realnym i finansowym.

Podsumowanie

Powyższy przegląd prac wskazuje na złożoność problemu wyceny opcji realnych. Nie udało się, jak w przypadku opcji finansowych, ustalić metody dającej – nawet pod pewnymi założeniami – obiektywną cenę. Problemem jest ustalenie prawdopodobieństw fizycznych, wskazanie waloru bliźniaczego, odgadnięcie parametrów waloru bliźniaczego bądź też wskazanie części projektu dających się zreplikować na rynku.

Użycie drzew decyzyjnych do wyceny opcji realnych nie wydaje się być możliwe poza ramowymi przykładami akademickimi. Subiektywność w ustalaniu prawdopodobieństw i stopień skomplikowania „decyzyjnych krzaków” czyni wyceny mało precyzyjnymi.

Metody finansowe bazują zaś na możliwości replikacji, a zidentyfikowanie fragmentów projektu mających swoje odpowiedniki na rynku wydaje się być, przy obecnej złożoności rynków i liczbie dostępnych walorów, nierealne.

Metody zintegrowane są na początkowym etapie badań. Ich użycie w odniesieniu do rzeczywistych inwestycji jest zatem bądź niemożliwe, bądź skomplikowane.

Ponieważ opcje realne mają bezpośrednie zastosowanie w biznesie to, jak pisze Borison [4], problemu nie można rozpatrywać jedynie w kontekście braku

akademickiej precyzji. Konsekwencją są bowiem błędne decyzje inwestycyjne i straty finansowe.

Reasumując, przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych nie można ignorować pojawiających się opcji realnych. Radykalnie zwiększają one możliwości reagowania firmy na zmieniające się warunki rynkowe, a zatem ewidentnie mają pewną wartość. Trzeba być jednak świadomym, że wycena opcji realnych jest jak na razie sprawą subiektywnych wyborów, i to w dużo większym stopniu, niż dałoby się to wytłumaczyć tylko innym nastawieniem inwestorów do ryzyka. ■

**Wiktor Patena
Aleksander Urbański**

**Katedra Finansów
Wyższa Szkoła Biznesu – NLU
Nowy Sącz**

<http://kf.wsb-nlu.edu.pl>

Literatura

- [1] Amram M., Kulatilaka N., *Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, Boston, 1999
- [2] Amram M., Kulatilaka N., „Uncertainty: The New Rules for Strategy”, *The Journal of Business Strategy*, Vol. 20, Issue 3, May/June 1999
- [3] Black F., Scholes M., „The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, pp.637-659, May-June 1973
- [4] Borison A., „Real Options Analysis: Where are the Emperor's Clothes?”, *Working Paper*, 2003, http://ardent.mit.edu/real_options/RO_current_lectures/borison.pdf [dostęp: 22.06.2004]
- [5] Boer F.P., *Valuation of Technology Using Real Options*, Research Technology Management, July/August 2000
- [6] Brealey R., Myers S., *Principles of Corporate Finance*, 6th Edition, Irwin McGraw-Hill, Boston, 2000
- [7] Capiński M., Patena W., „Real Options – Realistic Valuation”, *Working Paper*, 2003, <http://papers.ssrn.com>
- [8] Capiński M., Patena W., „Model wyceny opcji realnych”, *Rynek Terminowy*, 2003/4, str. 109-112
- [9] Constantinides G., „Market Risk Adjustment in Project Valuation”, *Journal of Finance*, Vol. 33, No. 2, pp. 603-616, 1978
- [10] Copeland T., Antikarov V., *Real Options. A Practitioner's Guide*, Texere, 2000
- [11] Cox J., Ross S., Rubinstein M., „Option Pricing: A Simplified Approach”, *Journal of Financial Economics*, vol.7, pp.229-263, 1979
- [12] Dixit A.K., Pindyck R.S., *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1994
- [13] Fernandez P., *Valuation methods and Shareholder Value Creation*, Academic Press, San Diego, 2002
- [14] Herath H.S.B., Park C.S., „Exploiting Uncertainty – Investment Opportunities as Real Options: A New Way of Thinking in Engineering Economics”, *The Engineering Economist*, Vol. 45, No. 1, pp. 2-36, 2001
- [15] Howell S., Stark A., Newton D., Paxson D., Cavus M., Pereira J., Patel K., *Real Options: Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World*, Prentice Hall, 2001
- [16] Hubalek F., Schachermayer W., „The Limitations of No-Arbitrage Arguments for Real Options”, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, No. 4(2), pp. 361-373, 2001
- [17] Hull J.C., *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, 1989
- [18] Kellogg D., Charnes J.M., „Real Options Valuation for a Biotechnology Company”, *Financial Analysts Journal*, May/June 2000, pp. 76-84
- [19] Kemna A., „Case Studies on Real Options”, *Financial Management*, Autumn 1993
- [20] Luehrman T., „Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers”, *Harvard Business Review*, July-August 1998, pp. 3-15
- [21] Luenberger D., *Investment Science*, Oxford University Press, New York, 1998
- [22] Merton R.C., „Theory of Rational Option Pricing”, *Bell Journal of Economics and Management Sciences*, Vol. 4, No.1, pp. 141-183, 1973
- [23] Smith J., McCradle K., „Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches”, *Operations Research*, Vol. 46, No 2, 1998, pp.198-217
- [24] Trigeorgis L., *Real Options*, 4th Ed. The MIT Press, 1999

¹ Sztandarowymi przykładami firm stosujących opcje realne są Airbus i Enron. Upadek tej ostatniej kładzie się jednak cieniem na perspektywach dotyczących stosowania opcji realnych w biznesie, mimo że, jak powszechnie wiadomo, to nie użycie opcji realnych było przyczyną spektakularnego bankructwa firmy.

² Do tej pory opatentowano kilka takich metod, m.in.: ROC™ (<http://www.onwardinc.com/roc/>) i S-ROV™ (<http://www.rgroup.com>).

³ Por. *Real Options and Corporate Practice*, „Journal of Applied Corporate Finance”, Vol.15, No 2, Winter 2003, p.8

⁴ W praktyce posługujemy się tu najczęściej łatwą do znalezienia tzw. wolatylnością implikowaną (zakładamy, że w obrocie znajdują się opcje finansowe na walor bliźniaczy).

⁵ W praktyce większość opcji realnych to opcje amerykańskie, tzn. dające możliwość wcześniejszej realizacji. Dla prostoty pokazu dokonujemy jednak obliczeń dla opcji europejskich.

⁶ Pogląd ten podzielają także Brealey i Myers [6].



W artykule zostały przedstawione klasyczne przykłady opcji realnych które pojawiają się w działalności przedsiębiorstw z przemysłu surowców mineralnych oraz farmaceutycznego. Pokazano również, że stosowanie metody zdyskontowanych przepływów gotówkowych DCF w wycenie nie uwzględnia elastyczności decyzyjnej zarządzających, co w konsekwencji prowadzi do zaniżania wartości projektów inwestycyjnych



Przykłady opcji realnych

Jerzy Dzieża, Bartosz Ficak

Wprowadzenie

Opcje realne na dobre zadomowiły się we współczesnym świecie finansów. Mamy tutaj na myśli nie tylko sale wykładowe szkół biznesu, gdzie coraz częściej możemy o nich usłyszeć, ale przede wszystkim firmy, które na co dzień zmagają się z rzeczywistością, w której rzetelna ocena projektu inwestycyjnego ma kluczowe znaczenie.

Mimo wielu fundamentalnych problemów, jak np. problem z wyceną i brakiem możliwości replikacji instrumentu bazowego, opcje realne stają się ważnym instrumentem, który daje możliwość policzenia wartości projektu z uwzględnieniem menedżerskich decyzji podejmowanych w trakcie jego realizacji.

Stosowane do tej pory metody zdyskontowanych przepływów gotówkowych (*discounted cash flow*, DCF), *de facto* pochodne metod wartości zaktualizowanej netto (*net present value*, NPV), są dobrymi przybliżeniami w procesie oceny projektów inwestycyjnych. Metody te jednak prowadzą często do błędnych wniosków jeśli mamy uwzględnić w wycenie sytuacje, które pojawiają się w działalności firmy, takie jak: możliwość rozszerzenia/zmniejszenia zakresu działalności, przesunięcia w czasie inwestycji, etc. Stosowanie metodologii drzew decyzyjnych (*decision tree*, DT) do wyceny takich możliwości narzuca przyjęcie jako stopy dyskontowej, kosztu pozyskania kapitału. Okazuje się, że w niektórych sytuacjach, szczególnie w branży surowców mineralnych, nowych technologii, farmaceutycznej bardziej wiarygodną wycenę uzyskuje się stosując metodologię opcji realnej.

Podstawowe rodzaje opcji realnych to:

- Opcja rezygnacji z przedsięwzięcia (*option to abandon*) – amerykańska opcja sprzedaży. Firma ma prawo (możliwość) porzucenia przedsięwzięcia jeśli czynniki zewnętrzne (np. ceny) bądź wewnętrzne (kondycja finansowa) są niekorzystne, a firma nie chce ponosić kosztów stałych. Porzucając projekt firma realizuje oczekiwaną wartość likwidacyjną (*salvage value*) A w postaci gotówki pochodzącej ze sprzedaży np. maszyn. Instrumentem bazowym jest wartość projektu V a wartość likwidacyjna ceną wykonania opcji sprzedaży. Wypłata takiej opcji:

$$\max(V, A) = V + \max(A - V, 0).$$

- Opcja rozszerzenia skali przedsięwzięcia (*option to expand*) – amerykańska opcja kupna. Firma ma możliwość przyspieszenia realizacji projektu lub jego rozbudowy. Jeżeli czynniki zewnętrzne lub wewnętrzne są sprzyjające to firma może zwiększyć

skalę działalności (np. produkcję) o e procent. Oczywiście w związku z tym poniesie dodatkowe koszty inwestycyjne eI . Zatem wartość firmy to V (gdy nie rozszerza działalności) lub $V + eV - eI$. Wpłata takiej opcji:

$$\max(V, V + eV - eI) = V + \max(eV - eI, 0).$$

- Opcja zmniejszenia skali przedsięwzięcia (*option to contract*) – amerykańska opcja sprzedaży. Wiele przedsięwzięć można skonstruować w sposób pozwalający na ograniczenie produkcji w przyszłości. Firma ma możliwość zmniejszenia skali działalności o d procent. Takie działanie pozwala zaoszczędzić dI . Wpłata takiej opcji:

$$\max(V, V - dV + dI) = V + \max(dI - dV, 0).$$

- Opcja odłożenia w czasie przedsięwzięcia (*option to defer*) – amerykańska opcja kupna. W zależności od sytuacji wewnętrznej lub zewnętrznej firma może odłożyć podjęcie decyzji o inwestycji bądź wdrożeniu projektu np. za rok. Przykładowo firma zainwestuje aI środków jeśli ceny surowca wzrosną do określonego poziomu. Wpłata takiej opcji:

$$\max(V - aI, 0).$$

- Opcja przełączania (*option to switch*) – portfel opcji złożony z amerykańskiej opcji kupna i opcji sprzedaży. W zależności od sytuacji przedsiębiorstwo może mieć prawo do zmiany technologii bądź komponentów w procesie produkcji. Dobrym przykładem tego typu opcji jest elastyczny system produkcji (*flexible manufacturing system*, FMS).

Ten podział nie wyczerpuje jednak wszystkich możliwości. W praktyce mamy do czynienia często z sekwencją opcji, które trudno jednoznacznie sklasyfikować.

Podsumowanie przedstawionego podziału widzimy na rysunku 1.

Przedstawimy teraz przykłady opcji realnych które pojawiają się w branży surowców mineralnych oraz w przemyśle farmaceutycznym. Do wyceny pojawiających się opcji zastosujemy w pierwszym przypadku model dyskretny, natomiast w drugim model ciągły.

Przemysł surowców mineralnych

Rozważania nasze rozpoczniemy od prostego przykładu. Pokażemy w jaki sposób można wycenić elastyczność pojawiającą się w działalności górniczej. Rozważmy górniczy projekt inwestycyjny, który zakłada budowę kopalni cynku. Złoże może być

eksploatowane (koncesja jest wykupiona) przez 5 lat. W rzeczywistości są to znacznie dłuższe okresy, jednak dla ustalenia uwagi, skupimy się na stosunkowo krótkim horyzoncie inwestycyjnym. Załóżmy, dla uproszczenia, że koszt budowy kopalni wynosi $I_0 = 110$ mln zł i jest ponoszony na początku inwestycji.

Kopalnia może dawać 100 tys. ton rudy cynku rocznie. Załóżmy, że w procesie produkcji z 1 tony rudy cynku możemy uzyskać dokładnie 1 tonę cynku. Koszt wydobycia i przetworzenia wynosi 1500 zł za tonę. Obecnie cena cynku kształtuje się na poziomie 1800 zł za tonę. Załóżmy, że koszt kapitału takiego projektu wynosi 20% w skali roku oraz dodatkowo, że powyższe parametry się nie zmieniają przez okres eksploatacji złoża, czyli 5 lat. Załóżmy, że wpływy ze sprzedaży cynku oraz koszty prowadzenia działalności mamy na końcu każdego roku. W ciągu roku jesteśmy zatem w stanie wygenerować *cash flow* w wysokości

$$0,1 \cdot (1800 - 1500) = 30 \text{ mln zł}$$

Jeśli teraz zdyskontujemy kosztem kapitału wszystkie przepływy na dzień dzisiejszy to uzyskamy wartość tego projektu V_0

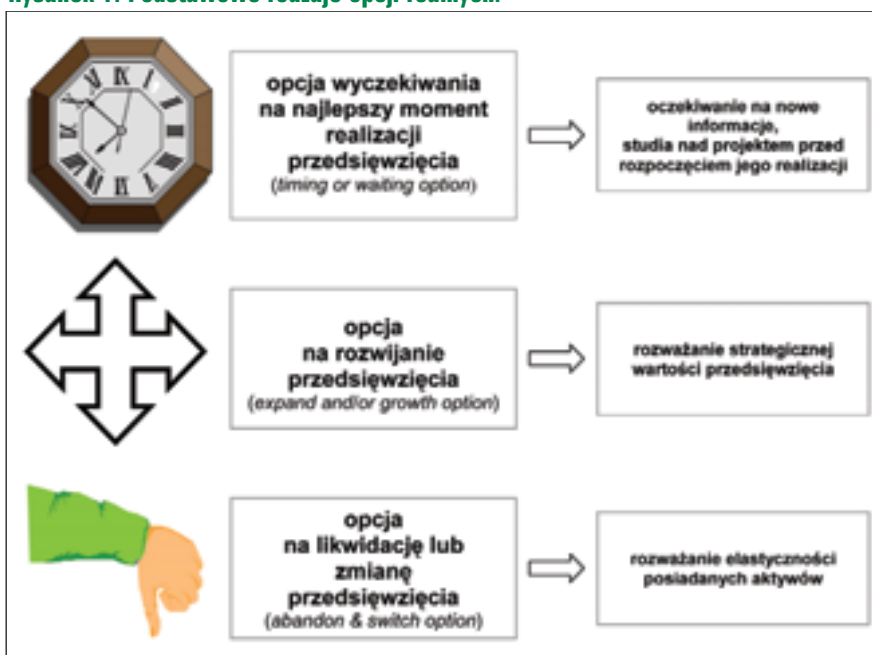
$$V_0 = \sum_{t=1}^5 \frac{30}{(1 + 0,2)^t} = 89,72 \text{ mln zł}$$

Zakładając że koszt inwestycji $I_0 = 110$ mln zł, to NPV takiego projektu wynosi

$$NPV = V_0 - I_0 = 89,72 - 110 = -20,28 \text{ mln zł} \quad (1)$$

Z racji ujemnego NPV projekt ten należałoby odrzucić. Zobaczmy jednak jak zmieni się wycena projektu, jeśli zarządzający projektem będą mieć dodatkowe

Rysunek 1. Podstawowe rodzaje opcji realnych.





$$0,1 \cdot (3732,50 - 1500) = 223,20 \text{ mln zł}$$

możliwości. Na początek niech to będzie możliwość odroczenia inwestycji w czasie.

Możliwość odroczenia projektu

Założmy, że cena cynku może się zmieniać w ciągu 5 lat eksploataowania złoża. W każdym roku cena może wzrosnąć o $u = 1,2$ z prawdopodobieństwem $p = 0,5$, bądź spaść o $d = 0,8$ z prawdopodobieństwem $1 - p = 0,5$. Na początku pierwszego roku cena wynosi (jak poprzednio) 1 800 zł. Założmy dodatkowo, że stopa wolna od ryzyka wynosi 8% w skali roku.

Zmiany cen cynku na rynku możemy modelować drzewem dwumianowym widocznym na rysunku 2.

Rysunek 2. Zmiany cen cynku na rynku

				4478,98	
			3732,48		
		3110,4	2985,98		
	2592	2488,32			
1800	2160	2073,6	1990,66		
	1440	1728	1658,88		
		1382,4	1327,10		
		1152	1105,92		
		921,6	884,74		
		737,28	589,82		
1	2	3	4	5	

Wartość możliwości odroczenia rozpoczęcia działalności możemy obliczyć stosując technikę wyceny opcji kupna w modelu dwumianowym. Musimy wycenić długą pozycję w opcji kupna. Zatem musimy stworzyć portfel replikujący nasz projekt, czyli musimy zająć krótką pozycję w „bliźniaczym projekcie” oraz długą w instrumencie wolnym od ryzyka w odpowiednich proporcjach. Taka konstrukcja spowoduje, że wypłata z naszego projektu jest pozbawiona ryzyka, co w konsekwencji umożliwi nam dyskontowanie przepływów stopą wolną od ryzyka. To klasyczne rozumowanie można znaleźć w dowolnym podręczniku z podstaw arbitrażowej wyceny instrumentów pochodnych [3].

Zauważmy, że na koniec 5 roku wartość naszego projektu wynosi 0, bez względu na to jaka jest cena cynku. Rok wcześniej, czyli na koniec 4 roku, wartość naszego projektu wyniesie tyle, ile wygeneruje netto nasza kopalnia. Przykładowo, jeśli na rynku zostanie zrealizowany najbardziej optymistyczny scenariusz, to cena cynku będzie wynosić 3 732,50 zł. Zatem nasz projekt wygeneruje

Czyli na początku czwartego roku będzie wart $223,20 / (1 + 0,08) = 206,70$ mln zł.

Dla wcześniejszych wierzchołków drzewa obliczenia będą się nieznacznie różniły. Otóż, na koniec 3 roku, wartość projektu będzie sumą przepływów netto 3 roku oraz wartości oczekiwanej przepływów w roku przyszłym względem miary martyngałowej (prawdopodobieństwa neutralizującego ryzyko). W naszym przypad-

ku wartość miary martyngałowej $q = \frac{1+r-d}{u-d} = 0,7$.

Jeśli chcemy znać wartość projektu na początku 3 roku to musimy całe to wyrażenie zdyskontować stopą wolną od ryzyka. Oczywiście w wierzchołkach, w których wartość jest ujemna nie eksploatujemy złoża. Stosując rekurencję wsteczną uzyskujemy dzisiejszą wartość naszego projektu inwestycyjnego, która wynosi 240,7 mln zł (rysunek 3.).

Rysunek 3. Drzewo wartości projektu

					0
			206,71		
		308,51			
	333,44	91,51			
	304,07	116,51			
240,70	57,10	96,63	14,71		
		0	0		
		0	0		
		0	0		
		0	0		
1	2	3	4	5	

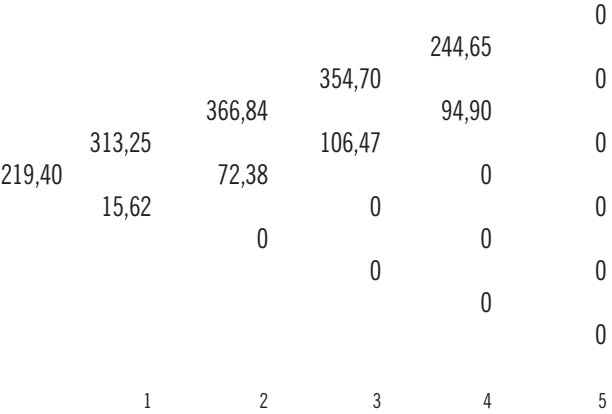
Możliwość odłożenia w czasie rozpoczęcia projektu inwestycyjnego zdecydowanie podnosi jego wartość.

Możliwość zwiększenia skali projektu

Założmy, teraz że w zależności od cen na rynku cynku możemy zwiększyć wielkość wydobycia rudy. Niech możliwość zwiększenia wielkości produkcji wynosi 30% do 130 tys. ton rocznie. Jednak rozszerzenie działalności wymaga poniesienia jednorazowych nakładów w wysokości 20 mln zł. Również jednostkowe koszty prowadzenia działalności zwiększają się do 1 700 zł na każdą tonę. Założmy również, że po podjęciu dodatkowej inwestycji na początku danego roku możemy prowadzić ją do zakończenia koncesji złoża.

Możliwość rozszerzenia skali produkcji policzymy podobną techniką. Otóż liczymy najpierw jaka jest wartość projektu gdy mamy produkcję większą o 30% oraz koszty jednostkowe wynoszące 1 700 zł za tonę dokładnie w taki sam sposób jak wcześniej. Obliczenia prezentuje rysunek 4.

Rysunek 4. Drzewko wartości projektu rozszerzonego bez kosztów inwestycji

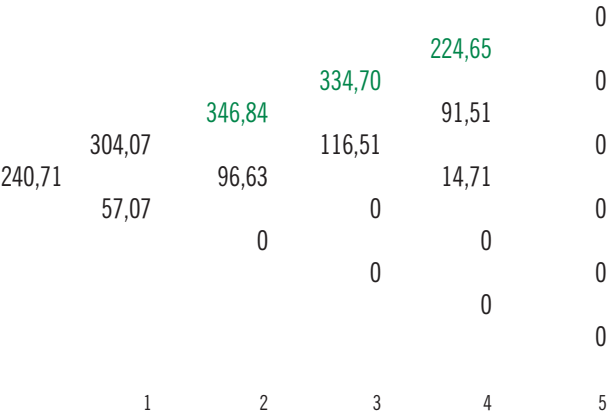


W dniu dzisiejszym wartość naszej koncesji wynosi 219,4 mln zł. Jednak drzewko nie uwzględnia kosztów inwestycyjnych w wysokości 20 mln zł co powoduje, że wartość projektu wynosi 199,4 mln zł. Ten wynik jest zdecydowanie gorszy od sytuacji gdy nie rozszerzamy działalności. Ale zobaczmy co się dzieje dla innych wierzchołków drzewa, gdy zmienia się cena cynku. Otóż porównajmy wartości w wierzchołkach dwóch drzewek:

- gdy nie ma możliwości rozszerzenia produkcji,
- gdy możemy rozszerzyć produkcję (pomniejszone o wielkość inwestycji).

Nowe drzewo (rysunek 5.) będzie miało w wierzchołkach wartość większą z dwóch powyższych przypadków.

Rysunek 5. Drzewko wartości projektu rozszerzonego



Na zielono zaznaczone są wierzchołki, w których warto podjąć dodatkową inwestycję i zwiększyć produkcję.

Górnictwo inwestycyjne

Inwestowanie w projekt górniczy przypomina w istocie stosowanie opcji finansowej. Po pierwsze obydwa procesy są przynajmniej po części nieodwracalne – po zrealizowaniu

(uzyskanie instrumentu bazowego) opcja wygasa. W obu przypadkach poniesione koszty nie mogą być w żaden sposób zwrócone. Po drugie – szczególne znaczenie ma tu moment podjęcia decyzji odnośnie wykonania (albo nie) opcji. Na przykład, zrealizowanie amerykańskiej opcji kupna od razu, jak tylko stanie się opcją w cenie, nie jest decyzją optymalną, jako że ceny mogą wzrosnąć jeszcze bardziej. Rozpoczęcie nieodwracalnej akcji – wykonania opcji wyczekiwania przed terminem jej wygaśnięcia – oznacza pozbawienie możliwości uzyskania nowych informacji dotyczących warunków na rynku.

Tabela 1. zawiera porównanie opcji finansowej z opcją realną dla złóż surowców mineralnych zaproponowane przez Paddocka i in. z drobnymi modyfikacjami wprowadzonymi przez Moyena i in. (Paddock, Siegel, Smith 1988, Moyen, Slade, Uppal 1996).

Tabela wskazuje na podobieństwo języków, używanych zarówno w dyskusji dotyczącej opcji finansowych jak i górniczych projektów inwestycyjnych. Np. koszty jednostki udostępnienia zasobów w górnictwie pełnią rolę ceny wykonania, ponieważ koszty te muszą być poniesione wstępnie w celu uzyskania instrumentu bazowego (złoża udostępnionego), a przepływ zysków netto spełnia rolę przepływu dywidend.

Pomimo znacznych podobieństw, opcja realna i finansowa różnią się istotnie. W rzeczywistości w przypadku większości aktywów realnych mamy do czynienia z sekwencjami opcji – w przypadku działalności górniczej objęcie własności (uzyskanie koncesji) daje właścicielowi opcję na poszukiwanie złóż, uzyskanie informacji z fazy poszukiwań geologicznych daje mu opcję na udostępnianie, a udostępnienie daje mu opcję na wydobycie. Po uzyskaniu przez kopalnię pełnej funkcjonalności, właściciel zawsze dysponuje opcją na czasowe wstrzymanie produkcji bądź na zlikwidowanie kopalni (rysunek 6.).

W przypadku opcji realnych należy rozważyć również czas potrzebny na „zbudowanie” instrumentu bazowego – czyli okres pomiędzy poniesieniem nakładów inwestycyjnych a uruchomieniem produkcji. Przykładem może być tutaj opcja na udostępnienie złoża – istnieje tu wyraźne przesunięcie czasowe pomiędzy wykonaniem opcji (poniesieniem nakładów inwestycyjnych na udostępnienie) a otrzymaniem instrumentu bazowego, czyli złoża udostępnionego. Inna istotna różnica dotyczy czasu wygaśnięcia opcji. W przypadku opcji finansowych mamy najczęściej do czynienia z kilku miesiącami.

Tabela 1. Porównanie terminologii opcji finansowej i opcji realnej

Akcja płaćca dywidendę (opcja finansowa)	Złoże nieudostępnione (opcja realna)
cena akcji	wartość zaktualizowana złoża udostępnionego
cena wykonania	koszt udostępnienia złoża
czas do wygaśnięcia opcji	okres, w którym można dokonać udostępnienia
zmienność ceny akcji	zmienność wartości udostępnionego złoża
dywidenda	przepływ gotówkowy netto

Źródło: Paddock i in., 1988; Moyen i in., 1996



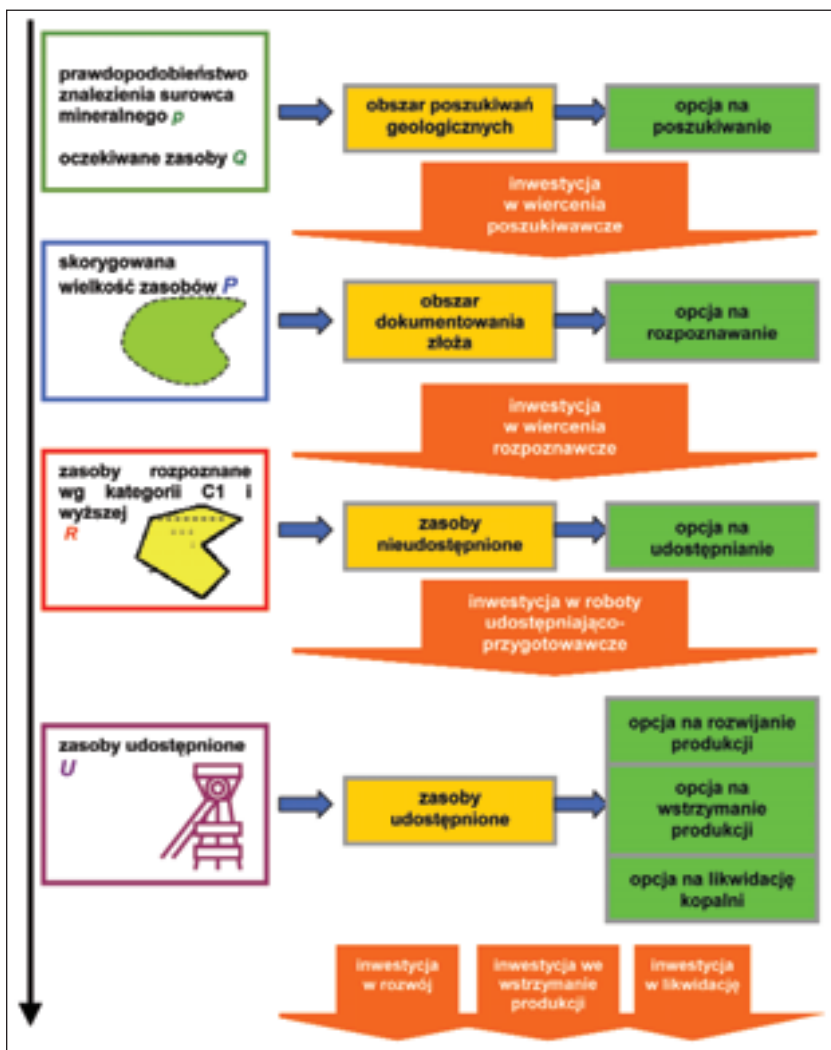
W przypadku opcji realnych mówi się najczęściej o okresach dłuższych niż rok. Dla złóż surowców mineralnych typowy czas wygaśnięcia opcji na udostępnienie obejmuje okresy 5-10 letnie. Opcje na poszukiwanie i rozpoznawanie mają oczywiście jeszcze dłuższe okresy wygaśnięcia.

Opcje realne w przemyśle farmaceutycznym

Zastosowanie opcji realnych przedstawimy również na przykładzie projektu inwestycyjnego koncernu farmaceutycznego GlaxoSmithKlein. Od kilku lat firma ta prowadzi intensywne badania nad nowym preparatem, którego zadaniem jest nie dopuścić do uodparniania się bakterii na działanie antybiotyków. Otóż, zaraz po podaniu antybiotyku, bakterie zwiększają prędkość mutacji, wytwarzając przy tym enzymy, które znacznie obniżają wartość terapeutyczną

leków. Proces ten, zwany β -laktamazą, jest prawdziwą zmurą pacjentów przechodzących długookresowe kuracje antybiotykowe. Efektem długoletnich badań nad nim, jest opatentowana w latach dziewięćdziesiątych, substancja o nazwie Tribactam. W roku 2000, firma GlaxoSmithKlein zakończyła z powodzeniem pierwszy etap testów klinicznych nad skutecznością tego preparatu¹ i weszła w drugą fazę badań. Zanim jednak zostaną wyłożone pieniądze na II etap, menedżerowie muszą ocenić wartość całego projektu. Należy przy tym zaznaczyć, że testy medyczne są bardzo kosztowne, a przede wszystkim istnieje techniczne ryzyko ich niepowodzenia – może się nagle okazać, że substancja nie jest tak skuteczna jak oczekiwano lub powoduje negatywne efekty uboczne i trzeba będzie zrezygnować z dalszych badań. To by oczywiście oznaczało porażkę, zarówno badaczy jak i osób finansujących przedsięwzięcie, ponieważ pieniądze wydane na dotychczasowe procedury kliniczne zostały zmarnowane. Ten rodzaj ryzyka musi być więc uwzględniony (i wyceniony) przez menedżerów zarządzających projektem, a przede wszystkim przez kapitałodawców.

Rysunek 6. Sekwencje opcji realnych w działalności geologiczno-górnictwej (Safuga i in. 2002)



Zagnieżdżone opcje realne

Na rysunkach 7. oraz 8. przedstawiamy plan firmy GlaxoSmithKlein dotyczący projektu Tribactam. Lata 2003 oraz 2006 są przełomowe dla projektu – wówczas menedżerowie muszą podjąć decyzje dotyczące dalszego rozwoju projektu.

Opcja porzucenia

Decyzja o sfinansowaniu całej inwestycji musi zapaść już przed rozpoczęciem drugiego etapu badań (czyli w roku 2000) – na tę chwilę należy wycenić cały projekt. Jeżeli przejdzie on II fazę testów klinicznych, to wówczas zespół badawczy wraz z kapitałodawcami i menedżerami musi podjąć decyzję dotyczącą realizacji ostatniej czyli trzeciej fazy badań. Na wypadek ich niepowodzenia istnieje alternatywa. Otóż pewna firma z branży biotechnologii jest zainteresowana tym preparatem i oferuje 25 mln funtów w zamian za prawa do prowadzenia testów na tej substancji. W takim razie, koncern GlaxoSmithKlein ma dwie możliwości:

- kontynuować badania i rozpocząć produkcję Tribactamu, co wiąże się nie tylko z ponoszeniem dalszych kosztów K , ale również z osiąga-

niem przychodów związanych z jego sprzedażą R . Jeżeli więc funkcja $f_t(x)$ będzie funkcją zysku/straty z tego projektu w czasie t , a R wartością dzisiejszą (na chwilę $t=3$) przychodów związanych z dalszą kontynuacją projektu, to przyjmuje ona postać:

$$f_3(R) = R - K$$

$$f_t(R) = 0 \quad 0 \leq t < 3$$

- sprzedać prawa do testów klinicznych i otrzymać 25 mln funtów czyli tzw. wartość likwidacyjną (*salvage value*) S .

Oczywiście niezbędnym warunkiem do kontynuowania są pozytywne wyniki na drugim etapie badań oraz odpowiedni popyt na ten lek. To jednak do końca nie wystarcza. Jeżeli firma przejdzie do trzeciej fazy testów, będzie chciała zarejestrować nowy preparat i rozpocząć produkcję, to poniesie koszty K w wysokości 63,1 mln funtów. Menedżerowie GlaxoSmith-Klein muszą więc wybrać wartość większą czyli albo S albo $f_3(R)$:

- $f_3(R) = R - K > S$ – firma przechodzi do kolejnej fazy,
- $f_3(R) = R - K < S$ – firma sprzedaje prawa do prowadzenia badań.

W takim razie wypłata g z projektu w trzecim roku można określić jako następującą zależność:

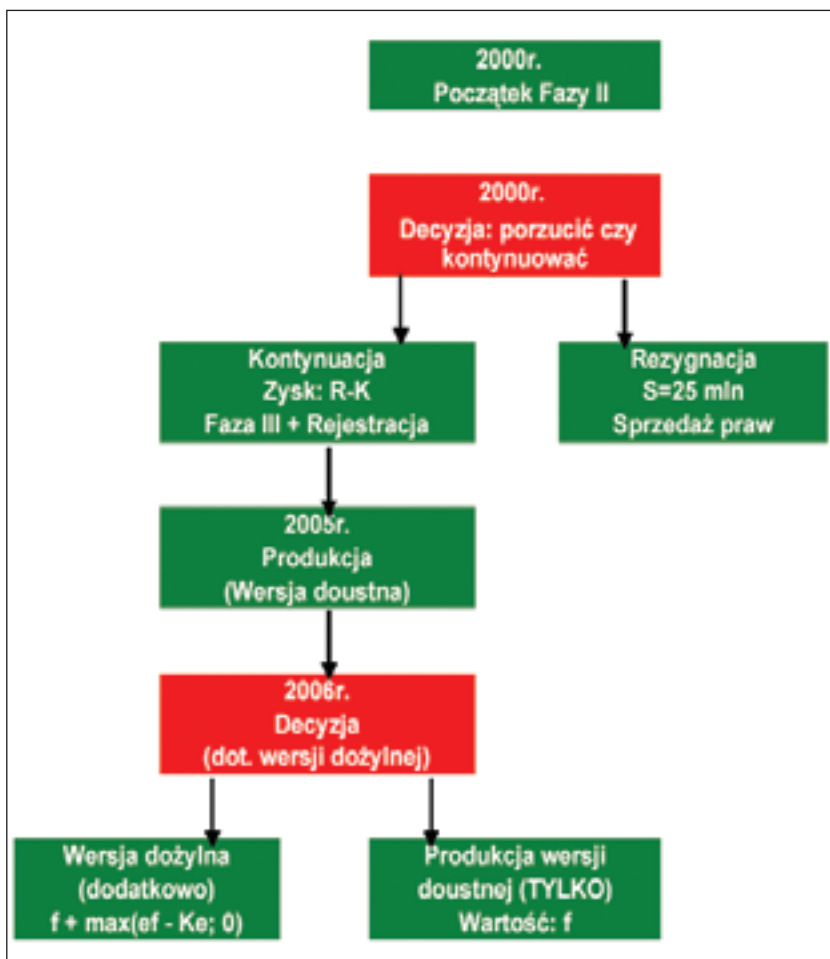
$$g_3(R) = \max(f_3(R); S) = f_3(R) + \max(0; S - f_3(R))$$

Wzór wyraźnie pokazuje, że wypłata koncernu w czasie $t = 3$ to:

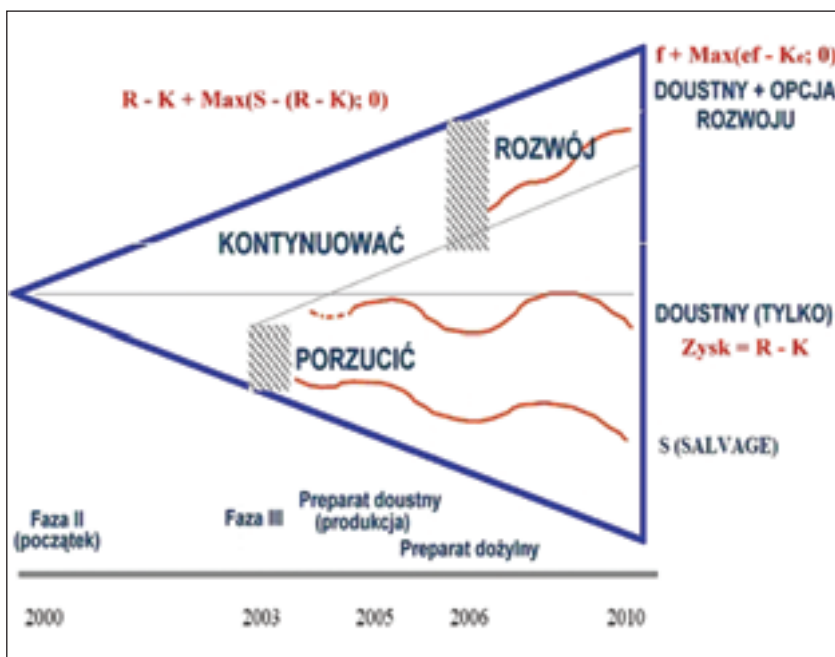
- zysk/strata z realizacji projektu czyli $f_3(R)$ oraz
- wypłata opcji porzucenia wynosi $\max(0; S - f_3(R))$.

W takim razie prawo do decyzji rezygnacji z dalszych badań i produkcji, jest opcją realną porzucenia (*option to abandon for salvage value*). Instrumentem bazowym jest w tym przypadku zysk/strata związana z kontynuacją badań i sprzedażą preparatu ustnego. Cena realizacji to wartość likwidacyjna czyli $S = 25$ mln funtów. Czas trwania to 3 lata. Aby wycenić taką opcję, zakładaliśmy wcześniej istnienie waloru doskonale skorelowanego z instrumentem bazowym, a tym samym możliwość replikacji. Tutaj w celu wyceny wykorzystamy model Blacka-Scholesa, jednakże zanim to zro-

Rysunek 7. Plan projektu Tribactam



Rysunek 8. Rozwój projektu Tribactam



bimy, musimy być w pełni świadomi faktu, że replikacja pozostaje jedynie założeniem (porównaj artykuł Pateny i Urbańskiego).



Dane potrzebne do wyceny:

- czas życia opcji = 3 lata,
- cena instrumentu bazowego = 62,7 mln funtów,
- cena realizacji = 25 mln funtów,
- zmienność (szacowana) = 35%,
- stopa wolna od ryzyka = 3%.

Wyznaczamy: $d_1 = 2,067$, $d_2 = 1,46$.

Zatem cena opcji *put* = 0,877 mln funtów.

Opcja rozwoju

W przypadku zadowalającej sprzedaży postaci doustnej leku oraz widocznego popytu na ten produkt w roku 2006, firma zamierza podbić znaczną część rynku szpitalnego poprzez wypuszczenie iniektynowej (czyli dożylniej) postaci Tribactamu.

Jeżeli więc funkcja f oznacza zyski ze sprzedaży doustnej wersji Tribactamu, to jeśli przyjmijemy współczynnik ekspansji e ($e = 60\%$), uzyskamy dodatkowy zysk ze sprzedaży na rynku szpitalnym tego leku.

Wtedy wypłata firmy GlaxoSmithKlein wyniesie

- a) $f_t(R)$, gdy nie dokonamy ekspansji,
- b) $f_t(R) + ef_t(R) - K_e$, gdy dokonamy ekspansji, a więc zwiększymy e razy nasz zysk, ale i poniesiemy dodatkowe koszty.

Zastępując jedną formułą otrzymujemy:

$$h_t(R) = f_t(R) + \max(e f_t(R) - K_e, 0) \quad t > 3$$

gdzie K_e to koszty dodatkowej produkcji. Ta zależność wyraźnie pokazuje, że wypłata firmy GlaxoSmithKlein na tym etapie to:

- zysk/strata z produkcji doustnej wersji preparatu czyli $f_t(R)$ oraz
- wypłata opcji (*call*) rozszerzenia produkcji czyli $\max(ef_t(R) - K_e, 0)$.

Podsumowując, prawo do podjęcia decyzji o rozwoju nowej linii preparatu jest opcją rozwoju (*option to expand*). Instrumentem bazowym jest ponownie wielkość osiąganego zysku/straty.

Zakładając możliwość replikacji tego instrumentu dokonamy ponownie wyceny tej opcji stosując model Blacka-Scholesa.

Dane potrzebne do wyceny:

- czas życia opcji = 6 lat,
- cena instrumentu bazowego = 62,7 mln x 60% = 37,62 mln funtów,
- cena realizacji = $K_e = 40,25$ mln funtów,
- zmienność (szacowana) = 35%,
- stopa wolna od ryzyka = 3%.

Wyznaczamy: $d_1 = 0,55$, $d_2 = 0,29$.

Stąd cena opcji rozszerzenia = 13,99 mln funtów.

Należy wyraźnie zaznaczyć, że istnienie tej opcji jest ściśle uzależnione od wcześniej rozważanej opcji porzucenia. Jeżeli w roku 2003 została powzięta decyzja o sprzedaży praw do prowadzenia badań, wówczas ta opcja nie istnieje.

Analiza projektu metodą zdyskontowanych przepływów gotówkowych DCF

Wiemy już ile są warte opcje wbudowane w działalność firmy. Teraz policzymy wartość bieżącą projektu Tribactam zakładając, że nie mamy możliwości podejmowania decyzji. W takim razie zakładamy „statycznie”, że zaraz po II etapie badań klinicznych, firma

Rysunek 9. Wartość projektu wyznaczona metodą NPV

	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
E(Przychód)						95	184	209	219
E(COGS)						-22	-58	-74	-81
Marketing + Dystrybucja						-95	-138	-105	-55
Amortyzacja						-1,7	-1,7	-1,7	-1,7
E(EBIT)						-23,7	-13,7	28,3	81,3
E(TAX)						8,5	5,8	-7,7	-24,1
E(EBIT(1-TAX))						-15,2	-7,9	20,6	57,2
Amortyzacja						1,7	1,7	1,7	1,7
Zmiany na kapitale pracujących						-19,5	-20,9	-6,8	-2,7
CASH FLOW						-33	-27,1	15,8	56,2
Suma(PV(CF))				62,7					
Koszty R&D	-0,6	-0,6	-0,6	-2,5	-2	-1,5			
Koszty - Pracownicy	-0,2	-0,3	-0,4	-2	-1	-0,5			
Inne badania		-0,6	-1	-5	-3,5				
GlaxoChem	-0,8	-0,8	-0,1						
Produkcja wstępna		-2		-12	-15	-20			
Nakłady	-1,6	-4,3	-2,1	-21,5	-21,5	-22			
Suma(PV(Nakłady))				-2,82					

GlaxoSmithKlein podejmie badania fazy III, po czym przystąpi do produkcji leku – nie ma miejsca na decyzję, co najwyżej możemy uwzględnić losowość poprzez rozważenie różnych możliwych scenariuszy. W naszych obliczeniach robimy następujące założenia:

- cena P jednostki leku wyniesie (do 2008 r.) 1,90 funta, a potem 2,00 funty,
- projekt zapada w 2010 r.,
- podatek wynosi 33% EBITu (czyli zysku operacyjnego),
- średni ważony koszt kapitału (WACC) wynosi 12%,
- amortyzacja urządzeń jest liniowa i wynosi 1,7 miliona funtów/rok,
- koszty stanowią 35% przychodu.
- stopa wolna od ryzyka r wynosi 3%.

Rysunek 8. przedstawia wartości oczekiwane dla poszczególnych wartości przychodu, kosztów oraz innych strumieni pieniężnych związanych z projektem. W jej górnej części przedstawiamy *cash flow*, a w dolnej wydatki. Wartość projektu wyznaczona metodą zdyskontowanych przepływów gotówkowych netto NPV jest ujemna i wynosi -2,82 mln funtów.

Mając powyższe informacje dokonamy elastycznej wyceny projektu Tribactam. Już wiemy, że na pewno wartością tej inwestycji nie będzie $NPV = -2,82$ mln funtów. Gdyby przyjąć taką wartość projektu, to wówczas oznaczałoby to, że nawet gdyby się nie powiodła II faza badań, inwestujemy w projekt.

Tymczasem możemy porzucić to przedsięwzięcie i odsprzedać technologię innej firmie, a w przypadku małego sukcesu rynkowego tego medykamentu wcale nie musimy rozszerzać jego produkcji.

W takim razie wartość tego projektu, to jego NPV z dodatkowymi opcjami, czyli

$$NPV = -2,82 + 13,9 + 0,877 = 11,95 \text{ mln funtów}$$

Jest to najlepszy przykład inwestycji, która po zastosowaniu klasycznych narzędzi oceny projektu została odrzucona. Tymczasem dokonując wyceny decyzji zagnieżdżonych w projekcie zyskuje on bardzo na wartości.

W związku z powyższymi analizami GlaxoSmithKlein planuje rozwinięcie następującej strategii:

- 2000 r. – zainwestować w II-gą fazę badań klinicznych nad skutecznością i działaniem Tribactamu,
- 2003 r. – opierając się na wynikach etapu II oraz przewidywaniach odnośnie popytu na ten lek uzupełniający terapie antybiotykowe, powziąć decyzję dotyczącą kontynuacji badań w fazie III oraz rozpoczęcia produkcji,
- 2006 r. – opierając się na wynikach dotychczasowej sprzedaży preparatu oraz popycie rynkowym należy zdecydować czy rozszerzyć produkcję i zacząć produkować preparat dożylny, który będzie stosowany w szpitalach.

Podsumowanie

Przedstawiliśmy kilka klasycznych przykładów opcji realnych które pojawiają się w działalności przedsię-

wzięcia z przemysłu surowców mineralnych oraz farmaceutycznego. Stosowanie metody zdyskontowanych przepływów gotówkowych DCF w wycenie nie uwzględnia elastyczności decyzyjnej zarządzających, co w konsekwencji prowadzi do zaniżania wartości projektów inwestycyjnych. Taka sytuacja ma szczególne znaczenie, gdy mamy do czynienia z projektami nieopłacalnymi lub znajdującymi się na granicy opłacalności.

Mimo, iż opcje realne dają tyle różnych możliwości, to w świetle dyskusji przedstawionej we wcześniejszych artykułach stają się narzędziem nieco kontrowersyjnym. Dlatego cały czas należy pamiętać, że w procesie wyceny z użyciem opcji nieustannie pracują założenia z zupełnie innego świata – świata opcji finansowych, które nie zawsze pasują do tej teorii. ■

Jerzy Dzieża

**Wydział Matematyki Stosowanej
AGH, Kraków**

Bartosz Ficak

**Katedra Finansów
Wyższa Szkoła Biznesu – NLU
Nowy Sącz**

<http://kf.wsb-nlu.edu.pl>

Literatura

1. Berger, P. G., Ofek, E., Swary, I.: *Investor valuation of the abandonment options*, working paper, April 1996, NYU Stern Salomon Center.
2. Brennan, M.J., Schwartz, E.: *Evaluating Natural Resource Investments*, Journal of Business, 58, 1985, 135-157.
3. Capiński, M., Zastawniak, T.: *Mathematics for Finance, An Introduction to Financial Engineering*, Springer-Verlag, London 2003.
4. Davis, G.A.: *Option premiums in mineral asset pricing: Are they important?*, Land Economics, vol.72, no. 2, 1996, 135-157.
5. Davis, G.A.: *One Project, Two Discount Rates*, Mining Engineering, April, 1998.
6. Dias, M.A.G.: <http://www.puc-rio.br/marco.ind>
7. Dixit, A.K., Pindyck, R.S.: *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1994.
8. Gustafsson, J., Gustafsson, T., and Jantunen, P.: *A Dynamic Capital Budgeting Model of a Portfolio of Risky Multi-stage Projects*, Working Paper 2003, Department of Engineering Physics and Mathematics, Helsinki University of Technology.
9. Kellogg D. and Charnes J.C.: *Using Real-Options Valuation Methods for a Biotechnology Firm*, Working Paper 1999, University of Kansas, School of Business.
10. Kulatilaka, N. and Marcus, A.J.: *Project valuation under uncertainty: DCF fail?*, Journal of Applied Corporate Finance, 5, 1992, 92-100.
11. Luehrman, T. A.: *What's it Worth? A General Manager's Guide to Valuation*, Harvard Business Review, May-June, 1997, 132-142.
12. Moyen, N., Slade, M., Uppal, R.: *Valuing Risk and Flexibility: A Comparison of Methods*, Resources Policy, Vol. 22, 1996, 63-74.
13. Myers, S.: *Determinants of Capital Borrowing*, Journal of Financial Economics, 1977.
14. Paddock, J.L., Siegel, D.R., Smith, J.L.: *Option Valuation of Claims on Real Assets: the Case of Offshore Petroleum Leases*, Quarterly Journal of Economics, 1988, 479-508.
15. Perdue, R. K., McAllister, W. J., King, P. V., Berkey, B. G.: *Valuation of R and D Projects Using Options Pricing and Decision Analysis Models*, Interfaces, vol. 29, 1999, 57-74.
16. Pindyck, R.S.: *The Present Value Model of Rational Commodity Pricing*, The Economic Journal, 1993, 511-530.
17. Saluga, P., Dzieża, J., Kicki, J.: *Opcje realne w ocenie ekonomicznej górniczych projektów inwestycyjnych*, Gospodarka Surowcami Mineralnymi, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, 2002, 157-174.
18. Smith L.D.: *Discount rates and risk assessment in mineral project evaluations*, Transactions Institution of Mining & Metallurgy (Sect. A: Mineral Industry), 1994.
19. Wanielista K., Saluga P., Kicki J., Dzieża J., Jarosz J., Miłkowski R., Sobczyk E.J., Wirth H.: *Wycena wartości zasobów złoża. Nowa strategia i metody wyceny*, Biblioteka Szkoły Eksploatacji Podziemnej, Kraków, 2002.
20. <http://www.realoptions.org>

¹ Zanim nowy lek wejdzie na rynek, musi przejść szereg badań klinicznych: najpierw tzw. testy *pre-clinical* na zwierzętach, następnie trzy fazy badań klinicznych na ochotnikach, potem dopiero można ubiegać się o rejestrację preparatu (FDA Approval), która jest przepustką do sprzedaży na rynku.



Celem tego artykułu jest pokazanie, że otoczenie rynkowe może być dla firmy źródłem pozycji w opcji realnej albo dokładniej realnym instrumencie pochodnym. Jak się okaże pozycję taką należy uwzględnić w konstrukcji strategii zabezpieczającej dochód firmy przed ryzykiem

Opcje realne, otoczenie rynkowe i osłona przed ryzykiem

Wstęp

W zarządzaniu finansami przedsiębiorstw istotną rolę pełnią techniki osłony przed ryzykiem, czy inaczej – *hedging*. Dzięki instrumentom pochodnym firma może zmniejszyć ryzyko (a w konsekwencji niestety – również stopę zwrotu, bo osłona kosztuje). Aby poprawnie zaprojektować osłonę przed ryzykiem trzeba zidentyfikować czynniki ryzyka. Ważne jest też określenie w jaki sposób zysk firmy zależy od tych czynników. Tę zależność można traktować jako *realny* instrument pochodny.

Celem tego artykułu jest pokazanie, że otoczenie rynkowe może być dla firmy źródłem pozycji w opcji realnej (czy dokładniej – realnym instrumencie pochodnym), i że taką pozycję należy uwzględnić w konstrukcji strategii zabezpieczającej dochód firmy przed ryzykiem.

Zacniemy od klasycznego przykładu osłony przed ryzykiem (jest on dość typowy i jak się za chwilę okaże nieco naiwny). W następnych częściach artykułu przykład ten zostanie zmodyfikowany tak by źródłem pozycji w opcji realnej było otoczenie rynkowe firmy.

Przykład 1.

Firma ABC zaciąga kredyt denominowany w dolarach USA. Po pewnym czasie menedżer dochodzi do wniosku, że ryzyko walutowe jest zbyt wielkie i zabezpiecza się kupując kontrakt terminowy na USD. (Można oczywiście rozważać alternatywne zabezpieczenia o innych profilach ryzyka, np. zakup opcji *call*) Jeśli dojdzie do wzrostu kursu dolara, wzrost zobowiązań z tytułu kredytu zostanie skompensowany przez zyski z długiej pozycji w kontrakcie terminowym (opcji *call*).

Tego typu przykłady hedgingu (okraszone danymi liczbowymi) pojawiają się często w publikacjach poświęconych zarządzaniu ryzykiem. Jest to jednak tylko uproszczony przykład, a sztywne stosowanie się do niego może prowadzić do groźnych błędów w zarządzaniu ryzykiem i w konsekwencji – strat. Zmodyfikujmy powyższy przykład i rozważmy nieco bardziej realistyczny.

Przykład 2.

Ta sama firma zawarła w międzyczasie duży kontrakt na eksport towarów i uzyska z tego tytułu w przyszłości płatności w dolarach USA. Wzrost kursu dolara spowoduje wzrost wartości spływających do firmy należności, co skompensuje koszt obsługi kredytu walutowego.

Jeśli te należności przewyższają raty kredytu (zakładamy tutaj, że terminy spłaty rat i spływu należności są zbliżone) to należało zająć krótką pozycję terminową – zajęcie pozycji długiej (jak w przykładzie 1.) doprowadzi do wzrostu ryzyka pogarszając w ten sposób sytuację.

Powyższe przykłady ilustrują dość oczywistą zasadę: konstruując osłonę przed ryzykiem należy wziąć pod uwagę wszystkie pozycje jakie zajęła firma. Można powiedzieć, że należności w dolarach USD to rodzaj „realnego długiego kontraktu terminowego”. Firma w przykładzie 2. miała taki kontrakt więc niepotrzebnie zawarła długą pozycję na rynku terminowym (lub też – zawarła „za długą” pozycję).

Wspomniana tu zasada jest dość oczywista. Problem w tym że nie wszystkie realne instrumenty pochodne można „zauważyć gołym okiem”.¹

Doskonała konkurencja

Rozważmy kolejny przykład z rynku doskonale konkurencyjnego.

Przykład 3.

Niewielka rodzinna firma XYZ produkuje wędliny. Jeżeli wzrosną ceny mięsa, to firma będzie ponosić wyższe koszty i spadnie jej zysk. Firma zabezpiecza się przed ryzykiem zawierając długi kontrakt terminowy na półtusze wieprzowe.

Znowu jest to uproszczony przykład i dopiero bardziej szczegółowa analiza da odpowiedź na pytanie czy strategia firmy XYZ była właściwa. Przypuśćmy na przykład, że firma działa w konkurencyjnym otoczeniu rynkowym, a jej konkurencja nie stosuje osłony przed ryzykiem.

Jeśli ceny surowca wzrosną to firma XYZ (stosując *hedging*) uzyska przewagę konkurencyjną – będzie miała niższe koszty niż jej konkurenci, stąd większy zysk. Być może XYZ przejmie część rynku, gdyż będzie mogła sprzedawać taniej.

Jeśli natomiast ceny surowca spadną to firma i tak będzie musiała kupować po cenie wyznaczonej przez kontrakt terminowy. Konkurencja kupi zaś surowiec



po cenie niższej. Jeśli w tej sytuacji konkurenci obniżą cenę, to firma XYZ poniesie straty i może nawet wypaść z rynku. Próba ograniczenia ryzyka (hedgingu) przez zakup kontraktów okazała się tu być (podobnie jak w przykładzie 2.) ryzykowną spekulacją! Widać więc, że podejmując decyzje o zabezpieczaniu się firma powinna również brać pod uwagę opcje realne generowane przez otoczenie rynkowe.

Zauważmy jeszcze, że gdyby konkurenci firmy stosowali *hedging* kupując długie kontrakty terminowe, to nie kupowanie przez XYZ kontraktów jest spekulacją (nastawioną na spadek cen surowca) a kupowanie ich – to *hedging*.

Odwołując się do przykładów 1. oraz 2. i przedstawionej wyżej reguły można powiedzieć, że w przykładzie 3. firma nie uwzględniła realnego instrumentu pochodnego który daje otoczenie rynkowe. Struktura rynku daje firmie możliwość podniesienia ceny jeśli ceny surowca wzrosną, ponieważ to samo robią wszyscy konkurenci. Zapewne tę opcję realną jest jeszcze trudniej zauważyć „gołym okiem” niż „realny kontrakt terminowy” o którym była mowa w przykładach 1. i 2.

Duopol - model naśladownictwa cenowego

Jedną z form otoczenia rynkowego jest oligopol. W takim przypadku na rynku jest kilka dużych firm produkujących identyczny produkt. Cechą charakterystyczną oligopolu jest to, że z jednej strony firmy mają wpływ na cenę, z drugiej zaś muszą się liczyć z zachowaniami konkurencji. Istnieje wiele strategii „gry” na takim rynku.

Do analizy strategicznych zachowań firm które konkurują w ramach oligopolu można stosować opcje realne². Nie to jest jednak naszym celem. Zajmiemy się analizą strategii osłony przed ryzykiem w oligopolu. Dla uproszczenia będziemy rozważać duopol czyli oligopol w którym są tylko dwie liczące się firmy.

Rozważymy przy tym jeden z prostszych modeli duopolu – tzw. model naśladownictwa cenowego. Zakłada się w nim, że jedna z firm jest liderem (L) i ustala cenę p po której będzie sprzedawać produkt. Druga to tak zwany naśladowca (N), który przyjmuje cenę ustaloną przez lidera L jako daną i stosownie do jej poziomu planuje poziom produkcji³. Ważne jest, że lider wie jak zachowuje się naśladowca. W prostej, podręcznikowej⁴ sytuacji punkt równowagi (cena i poziom produkcji firm) wyznacza się w następujący sposób. Naśladowca rozwiązuje zagadnienie maksymalizacji zysku gdy cena p wynosi:

$$MC_N(q) = p$$

gdzie $MC_N(q)$ oznacza koszt krańcowy naśladowcy. W wyniku otrzymujemy funkcję reakcji naśladowcy (odczytujemy z niej ile wyprodukuje naśladowca gdy cena wynosi p):

$$q = S_N(p)$$

Lider ustala więc cenę p tak by maksymalizować zysk, jednak bierze pod uwagę podaż naśladowcy, czyli wyznacza

$$\max_p \{p \times (q - S_N(p)) - TC_L(q)\} \quad (1)$$

gdzie:

$q = D(p)$ – popyt rynkowy,⁵

$TC_L(q)$ – całkowite koszty produkcji q sztuk przez lidera.

Rozszerzmy teraz podręcznikowy standard o dwa dodatkowe czynniki: kwotowy (na jednostkę produkowanego dobra) wzrost ceny podstawowego surowca u , który uderza jednakowo w lidera jak i naśladowcę oraz pozycję k w kontraktach terminowych na rozważany surowiec, jaką zajął lider, chcąc osłonić się przed ryzykiem zmiany ceny. Zakładamy ponadto, że naśladowca nie stosuje żadnej osłony.

Chcąc zachować potrzebny stopień ogólności, a jednocześnie maksymalnie uprościć obliczenia, założymy tu pewne proste postaci używanych funkcji. Niech więc popyt rynkowy na produkowane dobro będzie liniowy, dany wzorem:

$$D(p) = b - a \times p$$

gdzie a i b to stałe.

Przyjmijmy, że koszt krańcowy mc_L lidera będzie stały względem wielkości produkcji. Poziom ten wynika z technologii produkcji i opisuje koszt krańcowy przy aktualnej cenie surowców, w sytuacji gdy nie ma wypłat z rynku kontraktów (tzn. firma nie stosuje hedgingu).

Koszt całkowity lidera, uwzględniający możliwe zmiany ceny surowca, oraz pozycję w k kontraktach terminowych, wyznaczony jest przez następujący wzór:

$$TC_L(q, u, k) = (mc_L + u) \times q - k \times u,$$

gdzie u oznacza kwotową zmianę ceny podstawowego surowca, k oznacza liczbę kontraktów terminowych⁶ kupionych przez lidera, a q , podobnie jak przedtem, jest wielkością produkcji.

Założmy też, że koszt krańcowy naśladowcy jest liniowy względem poziomu produkcji – po uwzględnieniu możliwej zmiany ceny dany jest wzorem:

$$MC_N(q, u) = q \times mc_N + u,$$

gdzie $mc_N = \text{const}$. Daje to, z dokładnością do kosztów stałych⁷, funkcję kosztów całkowitych naśladowcy postaci:

$$TC_N(q, u) = \frac{1}{2} q^2 \times mc_N + q \times u \quad (2)$$

W tym przypadku funkcja reakcji naśladowcy dana jest wzorem

$$S_N(p, u) = \frac{p - u}{mc_N} \quad (3)$$

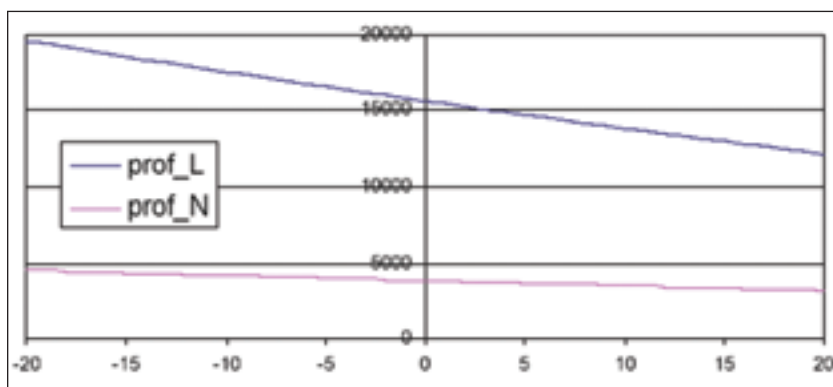
Lider, znając zachowanie naśladowcy ustali cenę tak, by maksymalizować swój zysk, który można wyrazić wzorem

$$prof_L = (D(p) - S_N(p, u)) \times p - TC_L(q, u, k) \quad (4)$$

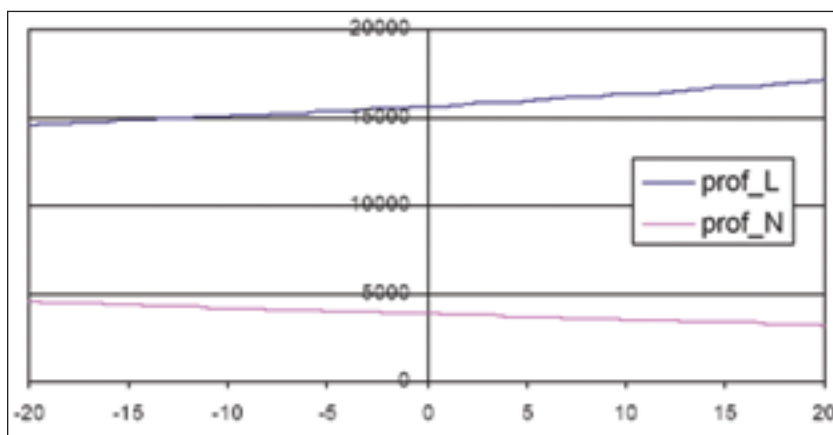
Po krótkich obliczeniach można zauważyć, że zysk lidera jest wklęsłym wielomianem drugiego stopnia względem ceny p . Można stąd wyznaczyć optymalną cenę p jako:

$$p = \frac{1}{2} \left(mc_L + u + \frac{u + b \times mc_N}{1 + a \times mc_N} \right) \quad (5)$$

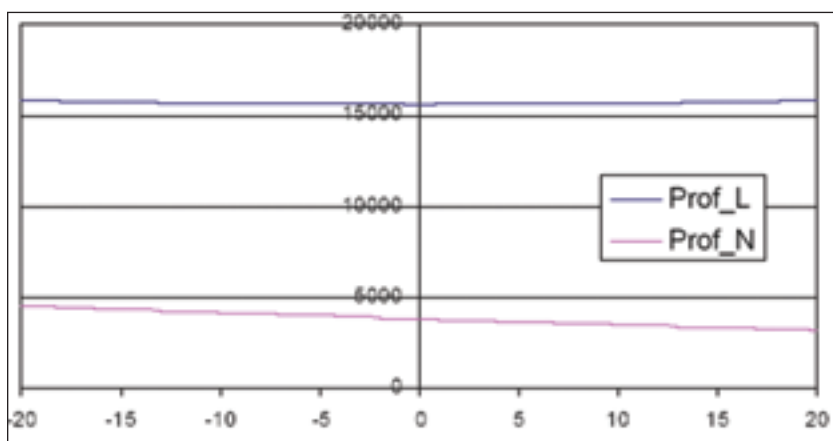
Rysunek 1. Zyski firmy w scenariuszu I



Rysunek 2. Zyski firmy w scenariuszu II



Rysunek 3. Zyski firmy w scenariuszu III



Jest to, dla przyjętych postaci funkcji popytu i kosztów, rozwiązanie zagadnienia optymalizacji (1). Możemy teraz obliczyć zysk lidera wstawiając powyższą wartość p do wzoru (4), a także zysk naśladowcy:

$$prof_N = p S_N(q) - TC_N(q)$$

gdzie $TC_N(q)$ oraz $S_N(q)$ są wyliczone ze wzorów (2) i (3).

Przeanalizujemy teraz na przykładach liczbowych, jak zachowują się zyski firm przy zmianie ceny podstawowego surowca. Przyjmijmy, że lider kupuje $k = s \times q_0$ kontraktów terminowych, gdzie q_0 to jego dzisiejsza produkcja⁸, zaś s to tzw. współczynnik zabezpieczenia⁹.

Zauważmy, że wartość q_0 można wyznaczyć rozwiązując zagadnienie optymalizacji (1). Wystarczy w tym celu we wzorze (5) przyjąć $u = 0$ i dla otrzymanej ceny wyliczyć popyt rezydualny (resztową krzywą popytu) $D(p) - S_N(p, 0)$:

$$q_0 = \frac{1}{2} \left(D(mc_L) - \frac{mc_L}{mc_N} \right)$$

Przykład 4.

Przyjmijmy następujące wartości stałych:

$$\begin{aligned} a &= 3 & b &= 600 \\ mc_L &= 25 & mc_N &= 1 \end{aligned}$$

Rozważmy trzy scenariusze zależne od poziomu współczynnika zabezpieczenia s .

Scenariusz I: $s = 0$ (Lider nie stosuje zabezpieczenia).

Zyski firm zależnie od zmiany ceny surowca przedstawia rysunek 1. Zgodnie z tym, czego się można było spodziewać, zyski obu firm spadają wraz ze wzrostem ceny surowca.

Zanim przejdziemy do kolejnego scenariusza, przypomnijmy, że koszt całkowity lidera dany jest wzorem:

$$TC_L(q, u, s) = (mc_L + u) \times q - s \times q_0 \times u.$$

Jeśli $s = 1$ i produkcja pozostanie na dzisiejszym poziomie ($q = q_0$) to TCL nie zależy od u . Oznacza to, że osłona przed ryzykiem wyeliminowała wpływ ceny surowca na koszty lidera. Naiwnym podejściem do hedgingu byłoby więc zakupienie przez lidera właśnie q_0 kontraktów (tzw.



pełne zabezpieczenie: 1 kontrakt na jednostkę surowca).

Zmodyfikujmy zatem nasz przykład liczbowy:

Scenariusz II: $s = 1$ (Lider zawiera kontrakty na całość szacowanego zapotrzebowania na surowiec). Rysunek 2. przedstawia zyski firm zależnie od ceny surowca w tym scenariuszu.

Lider nie wyeliminował więc wpływu ceny surowca na zysk. Kupując kontrakty nie uwzględnił realnych instrumentów pochodnych. Zmieniając cenę wpływa przecież na to, jak dużą część rynku przejmie naśladowca i ile wyniesie popyt.

Patrząc na ten rysunek łatwo zauważyć, że lider posiada teraz długą pozycję – nabył więc za dużo kontraktów.

Scenariusz III: optymalny poziom zabezpieczenia z uwzględnieniem opcji realnej.

Zastanówmy się w jaki sposób lider może wyeliminować ryzyko zmiany ceny surowca. Żądanie braku wpływu ceny surowca na zysk firmy można ująć następująco:

$$\frac{\partial}{\partial u} \text{prof}_L(p, u) \Big|_{u=s} = 0$$

Rozwiązując powyższe równanie ze względu na k (wartość prof_L dana jest przez wzór (4)) otrzymujemy optymalną ilość kontraktów $k_{opt} = s_{opt} \times q_0$ jakie powinien zawrzeć lider. s_{opt} to optymalny współczynnik zabezpieczenia który wynosi:

$$s_{opt} = \frac{amc_N}{1 + amc_N} \quad (7)$$

W ogólności nie daje to oczywiście całkowitego zabezpieczenia ponieważ przy większych zmianach ceny istotne zaczynają być kolejne pochodne. W rozważanym przypadku, gdy funkcje popytu i kosztów krańcowych są liniowe, zysk lidera zależy kwadrato-wo¹⁰ od u . W języku opcji (i parametrów greckich w *hedgingu*) można powiedzieć, że zysk/strata z tytułu zmiany ceny surowca to funkcja wypłaty opcji realnej. Producent (lider) wyeliminował deltę tej opcji ale pozostała niezerowa „realna” gammę. Oczywiście gammę nie da się wyeliminować za pomocą kontraktów terminowych¹¹, można to jednak zrobić zajmując pozycję w klasycznych opcjach. Pojawia się tu jednak problem: rozważana opcja realna ma niezerową deltę i stałą gammę. Standardowe opcje *call/put* mają natomiast zmienne obydwa te parametry. Oznacza to, że aby całkowicie wyeliminować ryzyko, trzeba stosować *hedging* dynamiczny.

Wracając do przykładu liczbowego, przyjmując

$$s = s_{opt} = 0,75$$

otrzymujemy dane widoczne na rysunku 3.

Ryzyko lidera zostało więc wyeliminowane po części przez zakup kontraktów, a po części zepchnięte na nabywców¹².

Monopol

Rozważamy teraz sytuację gdy na rynku jest tylko jedna firma. Monopol może próbować przerzucić podwyżki cen surowca na klienta – jeśli cena pójdzie w górę to monopol może po prostu podnieść cenę produktu. Wtedy jednak spadnie wielkość popytu i zysk spadnie (jest tak dlatego, że monopol sprzedaje zawsze po cenie dla której elastyczność popytu jest większa od jeden).

Powyższy wniosek można poprzeć odpowiednimi obliczeniami. Dla oszczędności miejsca zastosujemy rezultaty otrzymane dla rozważanego wcześniej modelu naśladownictwa cenowego w duopolu. W tym celu przyjmiemy, że mc_N dąży do nieskończoności – wtedy podaż naśladowcy spada do zera (zob. wzór (3)). Lider ma więc dla siebie cały rynek. Wzór (7) daje wówczas $s_{opt} = 1$. Jeśli więc monopol chce uniknąć wpływu ceny surowca na zysk, to powinien stosować pełne zabezpieczenie.

Paradoksalnie – w przeciwieństwie do doskonałej konkurencji czy oligopolu z naśladownictwem cenowym – monopol nie może przerzucić ryzyka zmiany ceny surowca na nabywców. Można to tłumaczyć w ten sposób, że skoro monopol już „wykorzystuje” nabywców do maksimum, to w razie wzrostu ceny surowca nie może już ich kosztem wygenerować dodatkowego zysku by pokryć straty. ■

**Piotr Kobak
Aleksander Urbański**

**Katedra Finansów
Wyższa Szkoła Biznesu – NLU
Nowy Sącz**

<http://kf.wsb-nlu.edu.pl>

¹ Podobnie jak w artykule Zbigniewa Szczerbetki o trafnym tytule: *Instrumenty pochodne niewidzialne gołym okiem* (Rynek Terminowy 4/2001).

² L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press 1996 (rozdział 4, *A conceptual Options Framework for Capital Budgeting*).

³ Dość dobrym przykładem jest tu rynek producentów benzyny w Polsce.

⁴ Zob. np. H.R. Varian, *Mikroekonomia*, kurs średni, PWN 2002.

⁵ Zauważmy, że w tym modelu naśladowca zachowuje się jak uczestnik rynku doskonale konkurencyjnego (zwiększa produkcję dopóki cena nie zrówna się z kosztem krańcowym) a przywódca - jak monopol stojący wobec krzywej popytu $D(p) - S_N(p)$ (jest to tzw. resztowa krzywa popytu).

⁶ Składnik $k \times u$ to wypłata z długiej pozycji w k kontraktach jeśli cena wzrośnie o u (dla uproszczenia przyjmujemy tu, że cena *forward* na surowiec równa jest cenie *spot*).

⁷ W zagadnieniu maksymalizacji zysków koszty stałe można oczywiście pominąć.

⁸ Czyli lider planuje przyszłą produkcję na tym samym poziomie co dzisiejsza sprzedaż, gdyż oczekuje, że cena surowca się nie zmieni (co jest zgodne z przyjętym wcześniej założeniem, że cena *forward* surowca pokrywa się z ceną *spot*).

⁹ To oznacza, że lider kupuje s kontraktów na jednostkę surowca, zob. np. J. C. Hull, *Options, Futures and Other Derivative Securities*, Prentice Hall Int. Eds. 1998.

¹⁰ Można sprawdzić, że $\text{prof}_L = u^2 s_{opt} / 4 + \text{const}$, przy założeniu że lider stosuje *hedging* ze współczynnikiem s_{opt} jak we wzorze (5).

¹¹ Kontrakt terminowy ma stałą deltę i zerową gammę, więc z jego pomocą można wyeliminować tylko „realną deltę” (w tym przypadku kupując s_{opt} kontraktów).

¹² Ze wzoru (5) widać, że jeśli cena surowca rośnie ($u > 0$) to lider podnosi cenę produktu.