

Zadanie 1. (4+4=8 pkt) Uzasadnij odpowiedzi na podane pytania.

a) Czy działanie $x * y = x + y + xy$ jest łączne w \mathbb{R} ?

b) Czy działanie $x \circ y = x \cdot |y|$ określone w \mathbb{R} ma element neutralny?

Zadanie 2. (7 pkt) Rozwiąż równanie $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$. Nie zapomnij o komentarzach.

Zadanie 3. (4 pkt) Podaj wartości $p \in \mathbb{R}$, dla których macierz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & p & p & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ma wyznacznik $\det A = 10$.

Przedstaw wszystkie rachunki.

Zadanie 4. (5,5 pkt) Rozwiąż układ równań.

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ y + 3z - 3t = 1 \\ x + y + z - t = 1 \end{cases}$$

Zadanie 5. (4+4=8 pkt)

a) Czy zbiór $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 2x - 1\}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni \mathbb{R}^2 ? Odpowiedź uzasadnij.

b) Uzasadnij, że wektory $u = (1, 2, 0)$, $v = (0, 1, 1)$, $w = (1, 0, 3) \in \mathbb{R}^3$ tworzą układ liniowo niezależny.

Zadanie 1. (4+4=8 pkt) Uzasadnij odpowiedzi na podane pytania.

a) Czy działanie $x * y = x + y + xy$ jest łączne w \mathbb{R} ?

b) Czy działanie $x \circ y = x \cdot |y|$ określone w \mathbb{R} ma element neutralny?

Zadanie 2. (7 pkt) Rozwiąż równanie $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$. Nie zapomnij o komentarzach.

Zadanie 3. (4 pkt) Podaj wartości $p \in \mathbb{R}$, dla których macierz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & p & p & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ma wyznacznik $\det A = 10$.

Przedstaw wszystkie rachunki.

Zadanie 4. (5,5 pkt) Rozwiąż układ równań.

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ y + 3z - 3t = 1 \\ x + y + z - t = 1 \end{cases}$$

Zadanie 5. (4+4=8 pkt)

a) Czy zbiór $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 2x - 1\}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni \mathbb{R}^2 ? Odpowiedź uzasadnij.

b) Uzasadnij, że wektory $u = (1, 2, 0)$, $v = (0, 1, 1)$, $w = (1, 0, 3) \in \mathbb{R}^3$ tworzą układ liniowo niezależny.