

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 10 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (4 pkt)

Określ ilość rozwiązań układu równań w zależności od parametru $p \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} px_1 + x_2 + (p+1)x_3 + px_4 = 2 \\ px_1 + (p+2)x_2 + (p+1)x_3 + (p+2)x_4 = 4 \\ 2px_1 + 2x_2 + (3p+1)x_3 + (2p+1)x_4 = 6 \\ px_1 + x_2 + 2px_3 + (p+3)x_4 = 6 \end{cases}$$

Zadanie 2. (3 pkt)

Rozwiąż równanie macierzowe $A(X^T + 2I) = I - A$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Zadanie 3. (3 pkt)

Dane są macierze $A, B, C, D \in M_3(\mathbb{R})$, o których wiadomo, że:

$$\det A = 6, \det B = -2,$$

macierz D powstaje z macierzy B poprzez pomnożenie drugiego wiersza przez 3,

$$\text{zaś } C = [c_{ij}], \text{ gdzie } c_{ij} = \begin{cases} 2i - 3j & ; i = j \\ 1 & ; i \neq j \end{cases}.$$

Oblicz wyznacznik macierzy $M = (3A^{-1}B^T) \cdot (C^{-1}D)$.