Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 02 luty 2006.
Zadania.

1. (13 pkt.)
a) Znajdź równania wszystkich asymptot wykresu funkcji

$$f : x \mapsto x \operatorname{arcctg} x + 2^{\frac{1}{x}}.$$

b) Znajdź przedział, w którym funkcja $g : x \mapsto \frac{e^x}{x+1}$ jest równocześnie rosnąca i wypukła.

2. (13 pkt.) Oblicz całki
a) $\int \sin(\ln x) dx$,
b) $\int \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x + 5}$,
c) $\int \frac{x^3 - x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$.

3. (13 pkt.) Oblicz długość łuku krzywej

$$y = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2-1} - \ln(x + \sqrt{x^2-1})\right), \ 1 \le x \le e.$$

4. (13 pkt.) Zbadaj ekstrema funkcji

$$f : (x, y) \mapsto e^{-(x^2+y^2+2x)}.$$

5. (13 pkt.) Napisz równanie parametryczne i ogólne płaszczyzny zawierającej styczną w punkcie $A = (0, 1, 0)$ do krzywej o parametryzacji

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \quad , t \in \mathbb{R} \\ z(t) = \frac{t}{\pi} - \frac{1}{2} \end{cases}$$

i jednocześnie prostopadłej do płaszczyzny stycznej w punkcie $B = (1, 1, -1)$ do powierzchni o równaniu $y + \ln\frac{x}{z} - z = 0$.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 02 luty 2006.
Teoria.

1. (12 pkt.)
a) Sformułuj twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym.
b) Wykaż zbieżność i oblicz granicę ciągu (a_n) takiego, że $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$, $n \ge 1$.

2. (12 pkt.)
a) Sformułuj i udowodnij twierdzenie Rolle'a.
b) Uzasadnij bez liczenia pochodnej, że istnieje $c \in (-3, 2)$ takie, że $f'(c) = 0$, gdzie funkcja f dana jest wzorem $f(x) = x^2 + x - 6$.

3. (11 pkt.)
a) Podaj definicję całki niewłaściwej ze względu na obie granice całkowania.
b) Oblicz $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.