

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 31 styczeń 2008. Teoria.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

- (12 pkt.) (a) Sformułuj twierdzenie o trzech ciągach.
(b) Udowodnij powyższe twierdzenie w przypadku, gdy granica jest skończona.
(c) Oblicz granicę ciągu (a_n) , jeśli $a_n = \sqrt[3]{1 + 2^n + 5^{n+1}}$.
- (12 pkt.) (a) Sformułuj wnioski wynikające z twierdzenia Lagrange'a dotyczące monotoniczności funkcji.
(b) Wykaż, że dla każdego $x \in [-1, 1]$ zachodzi równość

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

- (11 pkt.) (a) Sformułuj i udowodnij twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki nieoznaczonej.
(b) Oblicz całkę $\int_0^1 \ln x dx$.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 31 styczeń 2008. Zadania.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

- (13 pkt.) Napisz równanie parametryczne i ogólne płaszczyzny H , która zawiera prostą

$$l : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

i jest prostopadła do płaszczyzny stycznej w punkcie $P = (1, e, 1)$ do powierzchni o równaniu $z = x \ln \frac{y}{z}$.

- (13 pkt.) (a) Oblicz $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{2n^2 + 1} - \sqrt{2n^2 - 1})$.
(b) Wyznaczyć przedziały, na których funkcja $f : x \rightarrow x \ln \frac{1}{x^2}$ jest jednocześnie malejąca i wklęsła.

- (13 pkt.) (a) Oblicz $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.
(b) Znajdź równania wszystkich asymptot wykresu funkcji

$$f : x \rightarrow x \ln \left(e + \frac{1}{x}\right).$$

- (13 pkt.) Oblicz całki

- $\int \frac{\sin x}{1 - \cos^3 x} dx$;
- $\int \frac{2x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$;
- $\int \sqrt{9 - x^2} dx$.

- (13 pkt.) Oblicz długość krzywej

$$y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}.$$