Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 22 czerwca 2010. Teoria.

1. (12 pkt.)
a) Podaj definicję obszaru normalnego względem osi Ox.
b) Sformułuj twierdzenie o iterowaniu całki po obszarze normalnym względem osi Ox.
c) Zmień kolejność całkowania w całce (i przedstaw odpowiedni rysunek)

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy.$$

2. (11 pkt.)
a) Sformułuj twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej skierowanej na oznaczoną.
b) Oblicz $\int_\Gamma (z+1)dx - dy + xdz$, gdzie Γ jest odcinkiem $\overline{AB}$, $A = (1,0,2)$, $B = (2,3,4)$.

3. (12 pkt.)
a) Podaj definicję pola wektorowego $\overrightarrow{F}$ w obszarze $D \subset \mathbb{R}^3$.
b) Co nazywamy potencjałem pola $\overrightarrow{F}$?
c) Podaj warunek konieczny potencjalności pola $\overrightarrow{F}$.
d) Bez znajdowania potencjału uzasadnij, że pole $\overrightarrow{F} = (yz, xz+1, xy-1)$ jest potencjalne w $\mathbb{R}^3$.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 22 czerwca 2010. Zadania.

1. (13 pkt.) Oblicz strumień pola wektorowego $\overrightarrow{F} = (z, xy, y)$ przez zewnętrzeną powierzchnię bryły Ω ograniczonej powierzcniami $x^2+y^2=1$, $z=y^2$, $z=0$.

2. (13 pkt.) Zbadaj ekstrema lokalne funkcji uwikłanych $x \mapsto y$ określonych równaniem $3x^5 + 4y^4 - 15xy^2 = 0$.

3. (13 pkt.) W równaniu różniczkowym $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, gdzie $z = z(x,y)$ jest funkcją klasy C^2 dokonaj zmiany zmiennych na

$$\begin{cases} u = x + ay \\ w = x - ay \end{cases}.$$

4. (13 pkt.) Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x,y,z) = x + 2y + 4z$$

na zbiorze $\Omega := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \le 1\}$.

5. (13 pkt.) Oblicz $\int_\Gamma (\sqrt{x^2+y^2} + 4y + 2xy)dx + (x^2 + y\ln(x + \sqrt{x^2+y^2}))dy$, gdzie krzywa Γ jest okręgiem o środku $(2,3)$ i promieniu 1 skierowaną zgodnie ze wskazówkami zegara.