Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 27 czerwca 2012. Teoria.

1. (12 pkt.) (a) Podaj definicję obszaru normalnego względem osi Ox.
(b) Sformułuj twierdzenie o iterowaniu całki po obszarze normalnym względem osi Ox.
(c) Zmień kolejność całkowania w całce (i przedstaw odpowiedni rysunek)

$$\int_1^2 dy \int_1^{3-y} f(x,y)dx.$$

2. (11 pkt.) (a) Podaj wyczerpującą definicję całki krzywoliniowej skierowanej wzdłuż krzywej $\gamma \subset \mathbb{R}^3$.
(b) Sformułuj twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej skierowanej na oznaczoną.
(c) Oblicz $\int_\Gamma (z+1)dx - dy + xdz$, gdzie Γ jest odcinkiem $\overline{AB}$, $A = (1,0,2)$, $B = (2,3,4)$.

3. (11 pkt.)
(a) Sformułuj twierdzenie Greena.
(b) Podaj wzór na pole figury wynikający z twierdzenia Greena.
(c) Przy pomocy tego wzoru oblicz pole koła o promieniu R.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana I rok, 27 czerwca 2012. Zadania.

1. (13 pkt.) W równaniu różniczkowym $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, gdzie $u = u(x,y)$ jest funkcją klasy C^2, dokonaj zmiany zmiennych na

$$\begin{cases} \xi = y - x \\ \eta = 2x \end{cases}.$$

2. (13 pkt.) Oblicz objętość bryły $\Omega = \{(x,y,z) : z \geq \sqrt{x^2+y^2}, z \leq 2 - x^2 - y^2\}$.

3. (13 pkt.) Zbadaj ekstrema lokalne funkcji uwikłanych $x \mapsto y$ określonych równaniem $x^3 + y^3 - 12xy = 0$.

4. (13 pkt.) Wyznacz masę bryły Ω ograniczonej powierzchniami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$, jeżeli jej gęstość w punkcie (x,y,z) jest równa odległości tego punktu od płaszczyzny yOz.

5. (13 pkt.) (a) Uzasadnij bez liczenia potencjału, że pole wektorowe

$$\vec{F} = (4xy^3 - \frac{1}{y}, 6x^2y^2 + \frac{x}{y^2})$$

jest potencjalne w obszarze $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$.
(b) Oblicz potencjał pola $\vec{F}$ w obszarze D.
(c) Oblicz $\int_{(0,1)}^{(3,2)} (4xy^3 - \frac{1}{y})dx + (6x^2y^2 + \frac{x}{y^2})dy$.