

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 1 lipca 2013.
Teoria.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (12 pkt.) Określić rodzaj punktów osobliwych izolowanych funkcji

$$f : z \rightarrow \frac{z^2 + z}{z^4 - 1}.$$

W przypadku biegunów zbadać ich krotność.

2. (12 pkt.)

(a) Oblicz $\ln(-e)$.

(b) Znajdź zbiór $\text{Ln}(5\sqrt{3}i - 5)$.

(c) Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} e^z = 1 \\ z^2 = -16\pi^2 \end{cases}.$$

(d) Podaj wzory Eulera.

3. (11 pkt.) (a) Sformułuj twierdzenie zwane uogólnieniem wzoru całkowego Cauchy'ego dla pochodnych.

(b) Przy pomocy tego twierdzenia oblicz

$$\int_C \frac{z^3 + 2i}{(z - i)^3} dz,$$

gdzie okrąg $C = O(0, 5)$ jest zorientowany zgodnie ze wskazówkami zegara.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 1 lipca 2013.
Zadania.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (13 pkt.) Oblicz

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 5x^2 + 6}.$$

2. (13 pkt.) Rozwiąż następujący problem początkowy

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \\ u(x, 0) = 3x^2 \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = 0 \end{cases}.$$

3. (13 pkt.) Korzystając z rachunku operatorowego rozwiąż problem Cauchy'ego

$$\begin{cases} y' + 3y = 5e^{2t} \\ y(0) = 4 \end{cases}.$$

4. (13 pkt.) Niech

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}.$$

Przedstaw funkcję f w postaci całki Fouriera.

5. (13 pkt.) Rozwiń w szereg Laurenta funkcję

(a) $f : z \mapsto \frac{1}{z(z-3)}$ w pierścieniu $R(0, 0, 3)$.

(b) $f : z \mapsto \frac{z}{z^2-1}$ w pierścieniu $R(-1, 2, \infty)$.