

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 21 lutego 2012. Teoria.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (12 pkt.) (a) Podaj definicję stabilności punktu równowagi układu autonomicznego.

(b) Uzasadnij stabilność rozwiązania trywialnego układu równań

$$\begin{cases} x' &= -6x + y \\ y' &= -2x - 3y \end{cases}$$

2. (12 pkt.)

(a) Sprawdź, że funkcje  $y_1(t) \equiv 1$ ,  $y_2(t) = t^2$  tworzą na przedziale  $(-\infty, 0)$  układ fundamentalny równania

$$ty'' - y' = 0.$$

(b) Znajdź przy pomocy tego układu fundamentalnego rozwiązanie tego równania z warunkami początkowymi

$$\begin{cases} y(-1) &= 1 \\ y'(-1) &= -4 \end{cases}$$

3. (11 pkt.) (a) Sformułuj kryterium porównawcze zbieżności szeregów w postaci granicznej.

(b) Zbadaj przy pomocy tego kryterium zbieżność szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{n}$ .

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 21 lutego 2012. Zadania.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (13 pkt.) Znajdź rozwiązanie ogólne następującego równania  $y' = xy + xe^{x^2}$ , a następnie rozwiązanie spełniające warunek  $y(1) = 2e$ .

2. (13 pkt.) Znajdź rozwiązanie ogólne następującego równania

$$y^{(5)} - 2y^{(4)} + 5y^{(3)} = 7 + x^2 \cos 2x.$$

3. (13 pkt.) Korzystając z metody Eulera rozwiąż układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} x' &= 2x + 2y - z \\ y' &= 2x + 5y - 2z \\ z' &= -x - 2y + 2z \end{cases}$$

4. (13 pkt.) Sprawdź czy szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n}$  jest zbieżny. Jeśli jest zbieżny to znajdź jego sumę.

5. (13 pkt.) Zbadaj zbieżność szeregów liczbowych

(a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^n n}$ ,

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ ,

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[n]{n^2}}$ .