

Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana II rok - 24 stycznia 2015

Zadania

Zad 1 (13 pkt.) Znajdź przedział zbieżności i sumę szeregu:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^n$$

Zad 2 (13 pkt.) Oblicz całkę niewłaściwą

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^2}$$

Zad 3 (13 pkt.) Zbadaj zbieżność oraz zbieżność bezwzględną szeregów:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n + 1}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + n\pi)}{n^2 + 1}$$

Zad 4 (13 pkt.)

Metodą operatorową rozwiąż problem Cauchy'ego

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = te^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Zad 5 (13 pkt.) Rozwiń w szereg samych sinusów funkcję

$$f(x) = 2 - x, x \in [0, 1]$$

przedłużając odpowiednio funkcję f do funkcji f^* .

Narysuj wykres szeregu Fouriera funkcji f^* w całym zbiorze jego zbieżności.

Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana II rok - 24 stycznia 2015

Teoria

Zadanie 1 (12 pkt.)

a) Oblicz $\text{Ln}(1+i)$

b) Rozwiąż równanie $e^z = e^{iz}$

c) Korzystając ze wzorów Eulera udowodnij tożsamość $\cos 2z = \cos^2 z - \sin^2 z$

Zadanie 2 (11 pkt.)

a) Podaj klasyfikację punktów osobliwych izolowanych

b) Oblicz $\text{res}_{-1} e^{\frac{1}{z+1}}$

Zadanie 3 (12 pkt.)

a) Podaj definicję transformaty sinusowej Fouriera

b) Oblicz transformatę sinusową Fouriera funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1) \\ 0, & x > 1 \\ \frac{1}{2}, & x = 1 \end{cases}$$