Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana II rok - 26 stycznia 2017

Zadania

Zad 1 (13 pkt.) Oblicz

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$$

Zad 2 (13 pkt.) Metodą operatorową rozwiąż problem Cauchy'ego

$$\begin{cases} y^{(4)} - 4y'' = 2e^{2t} \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \\ y'''(0) = 1 \end{cases}$$

Zad 3 (13 pkt.) Zbadaj zbieżność szeregów (podpunkt a) za pomocą kryterium całkowego)

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

$$b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n^2}$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot sin\frac{1}{2^n}$$

Zad 4 (13 pkt.) Znajdź przedział zbieżności i sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n(n+2)$$

Zad 5 (13 pkt.) Rozwiń w szereg samych sinusów funkcję

$$f(x) = 2 - x, \quad x \in [0,1]$$

przekształcając odpowiednio funkcję f do funkcji f^*. Narysuj wykres szeregu Fourierea f^* w całym zbiorze jego zbieżności.

Egzamin z Matematyki - Informatyka Stosowana II rok - 26 stycznia 2017

Teoria

Zadanie 1 (11 pkt.) Uzasadnij, które ze zdań jest prawdziwe, a które fałszywe.
a) Każdy szereg jest zbieżny albo rozbieżny do $\pm\infty$.
b) Jeżeli szereg o wyrazach niedodatnich jest zbieżny, to jest zbieżny bewzględnie.
c) Każdy szereg, który ma wyrazy nieujemne jest zbieżny albo rozbieżny do $+\infty$.
d) Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ jest zbieżny do 1.
Zadanie 2(12 pkt.)
a) Rozwiąż równanie $e^{2z} = 2i$
b) Oblicz $sin(1+i)$
c) Zbadaj w których punktach funkcja $f(z) = z \cdot Re(z^2)$ ma pochodną, a w których jest holomorficzna.
Zadanie 3(12 pkt.) Oblicz

$$a)\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3s-8}{s^2+8s+20}\right)$$

$$b)\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{11}{(s-3)^4} + \frac{5}{(s-2)^3}\right)$$

$$c)\mathcal{L}\left[t^2\, sin\, t\right]$$

$$d)\mathcal{L}\left[t^3\, e^t\right]$$