

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 8 lutego 2013.

Teoria.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (12 pkt.) (a) Podaj definicję stabilności punktu równowagi układu autonomicznego.

(b) Uzasadnij stabilność rozwiązania trywialnego układu równań

$$\begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = x - 2y \end{cases}$$

2. (12 pkt.) Sprawdzić, że funkcje wektorowe  $\vec{\varphi}_1(t) = \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix}$ ,  $\vec{\varphi}_2(t) = \begin{bmatrix} t \ln t \\ t(1 + \ln t) \end{bmatrix}$  stanowią na przedziale  $(0, \infty)$  układ fundamentalny układu  $\begin{cases} y_1' = \frac{1}{t}y_2 \\ y_2' = -\frac{1}{t}y_1 + \frac{2}{t}y_2 \end{cases}$ .

3. (11 pkt.) Uzasadnij, które ze zdań jest prawdziwe, a które fałszywe.

(a) Każdy szereg bezwzględnie zbieżny jest naprzemienny.

(b) Każdy szereg warunkowo zbieżny jest zbieżny.

(c) Każdy szereg bezwzględnie zbieżny jest wrunkowo zbieżny.

(d) Każdy szereg naprzemienny jest warunkowo zbieżny.

Egzamin z Matematyki – Informatyka Stosowana II rok, 8 lutego 2013.

Zadania.

Uwaga. Proszę nie zapominać o odpowiednich komentarzach.

1. (13 pkt.) Znajdź rozwiązanie ogólne następującego równania

$$y' + y = y^2.$$

2. (13 pkt.) Znajdź rozwiązanie ogólne następującego równania

$$y'' + 2y' = 1 + e^{-2t}.$$

3. (13 pkt.) Korzystając z metody Eulera rozwiąż układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y - z \\ z' = y + z \end{cases}$$

4. (13 pkt.) Sprawdź czy szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n}$  jest zbieżny. Jeśli jest zbieżny to znajdź jego sumę.

5. (13 pkt.) Zbadaj zbieżność szeregów liczbowych

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n}$ ;

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\arctg n}{\pi} \right)^n$ ;

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n - 1}$ .