

Matematyka II - Kolokwium III, 9.05.2023

1. (6 pkt) Rozwiązać poniższy układ równań metodą Cramera.

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 1 \\ x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

2. Rozwiązać poniższe układy równań metodą Gaussa.

- a) (3 pkt)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

- b) (2 pkt)

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 10 \\ -3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = -10 \end{cases}$$

3. a) (2 pkt) Uzasadnić, że zbiór $\{m_1 = (1, 3), m_2 = (-1, 2)\}$ stanowi bazę przestrzeni $\mathbb{R}^2(\mathbb{R})$.
b) (3 pkt) Uzasadnić, że zbiór $\{l_1 = (1, 1, 0), l_2 = (-1, 0, -1), l_3 = (0, 1, 1)\}$ stanowi bazę przestrzeni $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$.

4. Dane jest odwzorowanie $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ określone wzorem $f(x, y, z) = (x + y, x + z)$.

- a) (2 pkt) Wykazać, że odwzorowanie f jest liniowe.
b) (3 pkt) Znaleźć macierz $A = M_f(B_1, B_2)$ odwzorowania f w bazach $B_1 = (l_1, l_2, l_3)$ oraz $B_2 = (m_1, m_2)$. Wektory l_1, l_2, l_3, m_1, m_2 są tymi samymi wektorami, które występują w zadaniu 3.
c) (4 pkt) Korzystając z macierzy A obliczyć wartość $f(1, 2, 1)$. Obliczenie tej wartości ze wzoru odwzorowania f nie będzie oceniane.