

Matematyka II - Kolokwium IV, 23.05.2023

1. (8 pkt) Niech $f(x, y, z) = x \arctg \frac{x}{z^2} + \frac{\sin(\pi y)}{z}$. Obliczyć pochodną kierunkową funkcji f w punkcie $P = (1, 1, 1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = (1, 2, -1)$.
2. (5 pkt) Niech $f(x, y, z) = \frac{z - x}{z + y}$.
 - a) Obliczyć $\nabla f(0, 1, 1)$.
 - b) Obliczyć $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 1, 1)$.
3. (12 pkt) Dane są punkty $P_1 = (0, 0, 1), P_2 = (1, -1, 1), P_3 = (0, -1, 0)$.
 - a) Znaleźć równanie parametryczne prostej l przechodzącej przez punkty P_1, P_2 .
 - b) Sprawdzić, czy punkt $Q = (2, -2, 1)$ leży na prostej l .
 - c) Znaleźć równanie parametryczne płaszczyzny π przechodzącej przez punkty P_1, P_2, P_3 .
 - d) Znaleźć równanie ogólne płaszczyzny π .
 - e) Sprawdzić, czy punkt $R = (1, 1, -2)$ należy do płaszczyzny π .
 - f) Obliczyć objętość ostrosłupa (czworościanu) o wierzchołkach P_1, P_2, P_3, R .

Matematyka II - Kolokwium IV, 23.05.2023

1. (8 pkt) Niech $f(x, y, z) = x \arctg \frac{x}{z^2} + \frac{\sin(\pi y)}{z}$. Obliczyć pochodną kierunkową funkcji f w punkcie $P = (1, 1, 1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = (1, 2, -1)$.
2. (5 pkt) Niech $f(x, y, z) = \frac{z - x}{z + y}$.
 - a) Obliczyć $\nabla f(0, 1, 1)$.
 - b) Obliczyć $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 1, 1)$.
3. (12 pkt) Dane są punkty $P_1 = (0, 0, 1), P_2 = (1, -1, 1), P_3 = (0, -1, 0)$.
 - a) Znaleźć równanie parametryczne prostej l przechodzącej przez punkty P_1, P_2 .
 - b) Sprawdzić, czy punkt $Q = (2, -2, 1)$ leży na prostej l .
 - c) Znaleźć równanie parametryczne płaszczyzny π przechodzącej przez punkty P_1, P_2, P_3 .
 - d) Znaleźć równanie ogólne płaszczyzny π .
 - e) Sprawdzić, czy punkt $R = (1, 1, -2)$ należy do płaszczyzny π .
 - f) Obliczyć objętość ostrosłupa (czworościanu) o wierzchołkach P_1, P_2, P_3, R .