

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (5,5 pkt) Oblicz długość łuku krzywej $y = x\sqrt{x}$, $x \in [4, 8]$.

Zadanie 2. (11,5 pkt) Oblicz całki lub zbadaj zbieżność.

$$a) \int \frac{dx}{\sqrt{48-2x-x^2}} \quad b) \int_{-20}^{20} x^7 \cos x dx \quad c) \int \cos^7 x \sin^3 x dx \quad d) \int_0^\infty \frac{x}{x^2+8} dx$$

Zadanie 3. (5 pkt) Dana jest macierz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 & 2 \\ -3 & -6 & -9 & -12 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Korzystając wyłącznie z rozwinięcia Laplace'a oblicz wyznacznik macierzy A (operacje nie zmieniające wartości wyznacznika nie są dozwolone).

Zadanie 4. (3 pkt) Rozwiąż równanie macierzowe $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T + X = 3 \cdot I^{12} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}^4$
i podaj macierz X .

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (5,5 pkt) Oblicz długość łuku krzywej $y = x\sqrt{x}$, $x \in [4, 8]$.

Zadanie 2. (11,5 pkt) Oblicz całki lub zbadaj zbieżność.

$$a) \int \frac{dx}{\sqrt{48-2x-x^2}} \quad b) \int_{-20}^{20} x^7 \cos x dx \quad c) \int \cos^7 x \sin^3 x dx \quad d) \int_0^\infty \frac{x}{x^2+8} dx$$

Zadanie 3. (5 pkt) Dana jest macierz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 & 2 \\ -3 & -6 & -9 & -12 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Korzystając wyłącznie z rozwinięcia Laplace'a oblicz wyznacznik macierzy A (operacje nie zmieniające wartości wyznacznika nie są dozwolone).

Zadanie 4. (3 pkt) Rozwiąż równanie macierzowe $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T + X = 3 \cdot I^{12} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}^4$
i podaj macierz X .
