

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (6 pkt) W zbiorze $\mathbb{R}$ rozpatrujemy działanie $\circ$ określone następująco $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x \circ y := x + y + 1$.

a) Czy działanie to jest łączne? Odpowiedź uzasadnij, dbając o staranny zapis.

b) Czy posiada element neutralny? Jeśli tak, wskaż ten element.

Zadanie 2. (2 pkt) Czy zbiór $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 3x + 1\}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni $\mathbb{R}^2$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. (6 pkt) Dane są trzy wektory $u = (1, 2, 1)$, $v = (1, 1, 0)$, $w = (0, 0, 1)$. w przestrzeni $\mathbb{R}^3$. Uzasadnij, że układ $\mathcal{B} = (u, v, w)$ tworzy bazę przestrzeni $\mathbb{R}^3$.

Zadanie 4. (6 pkt) Metodą eliminacji Gaussa rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ y + 3z - 3t = 1 \\ x + y + z - t = 1 \end{cases}.$$

Czy jest to układ oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny?

Zadanie 5. (5 pkt) Dane jest odwzorowanie

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (-x, 2y).$$

Czy f jest odwzorowaniem liniowym?

Jeśli tak, uzasadnij dlaczego. Jeśli nie, podaj kontrprzykład.

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (6 pkt) W zbiorze $\mathbb{R}$ rozpatrujemy działanie $\circ$ określone następująco $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x \circ y := x + y + 1$.

a) Czy działanie to jest łączne? Odpowiedź uzasadnij, dbając o staranny zapis.

b) Czy posiada element neutralny? Jeśli tak, wskaż ten element.

Zadanie 2. (2 pkt) Czy zbiór $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 3x + 1\}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni $\mathbb{R}^2$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. (6 pkt) Dane są trzy wektory $u = (1, 2, 1)$, $v = (1, 1, 0)$, $w = (0, 0, 1)$. w przestrzeni $\mathbb{R}^3$. Uzasadnij, że układ $\mathcal{B} = (u, v, w)$ tworzy bazę przestrzeni $\mathbb{R}^3$.

Zadanie 4. (6 pkt) Metodą eliminacji Gaussa rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ y + 3z - 3t = 1 \\ x + y + z - t = 1 \end{cases}.$$

Czy jest to układ oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny?

Zadanie 5. (5 pkt) Dane jest odwzorowanie

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (-x, 2y).$$

Czy f jest odwzorowaniem liniowym?

Jeśli tak, uzasadnij dlaczego. Jeśli nie, podaj kontrprzykład.
