

Łącznie można otrzymać 25 punktów.

Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (6 pkt) Dane jest odwzorowanie liniowe $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (x + y, x - y, y)$.

W przestrzeni $\mathbb{R}^2$ rozpatrujemy bazę uporządkowaną $\mathcal{B} = (b_1 = (1, 0), b_2 = (1, 1))$,

zaś w przestrzeni $\mathbb{R}^3$ rozpatrujemy bazę uporządkowaną $\mathcal{C} = (e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1))$.

Wyznacz macierz $A = M_f(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ odwzorowania f w tychże bazach.

Zadanie 2. (7 pkt) Dane są punkty $A = (1, 2, 0)$, $B = (0, 1, 1)$, $C = (1, 1, 1)$ oraz wektor $\vec{a} = (2, 2, 1)$.

a) Napisz równanie parametryczne płaszczyzny π przechodzącej przez punkty A, B, C .

b) Czy wektor $\vec{a}$ jest prostopadły do otrzymanej płaszczyzny π ?

Zadanie 3. (6 pkt) Funkcja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y} \cdot \frac{z}{y}.$$

a) Oblicz $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z)$, $\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z)$.

b) Oblicz $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z)$.

Zadanie 4. (6 pkt) Funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem $f(x, y) = x^y$.

Oblicz pochodną kierunkową funkcji f w punkcie $P = (1, 1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = (3, 4)$.

Łącznie można otrzymać 25 punktów.

Proszę przedstawić wszystkie rachunki i nie zapominać o niezbędnych komentarzach. Powodzenia!

Zadanie 1. (6 pkt) Dane jest odwzorowanie liniowe $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (x + y, x - y, y)$.

W przestrzeni $\mathbb{R}^2$ rozpatrujemy bazę uporządkowaną $\mathcal{B} = (b_1 = (1, 0), b_2 = (1, 1))$,

zaś w przestrzeni $\mathbb{R}^3$ rozpatrujemy bazę uporządkowaną $\mathcal{C} = (e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1))$.

Wyznacz macierz $A = M_f(\mathcal{B}, \mathcal{C})$ odwzorowania f w tychże bazach.

Zadanie 2. (7 pkt) Dane są punkty $A = (1, 2, 0)$, $B = (0, 1, 1)$, $C = (1, 1, 1)$ oraz wektor $\vec{a} = (2, 2, 1)$.

a) Napisz równanie parametryczne płaszczyzny π przechodzącej przez punkty A, B, C .

b) Czy wektor $\vec{a}$ jest prostopadły do otrzymanej płaszczyzny π ?

Zadanie 3. (6 pkt) Funkcja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y} \cdot \frac{z}{y}.$$

a) Oblicz $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z)$, $\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z)$.

b) Oblicz $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z)$.

Zadanie 4. (6 pkt) Funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem $f(x, y) = x^y$.

Oblicz pochodną kierunkową funkcji f w punkcie $P = (1, 1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = (3, 4)$.