

Zad. Dane jest odwz. liniowe  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(x,y) = (x+y, x-y, y)$   
 w  $\mathbb{R}^2$  rozp. bazę  $B = \{b_1 = (1,0), b_2 = (1,1)\}$  a w  $\mathbb{R}^3$  bazę  $C = (i, j, k)$   
 Zapisz  $A' = M_f(B, C)$

$$f(b_1) = f(1,0) = (1, 1, 0)$$

$$f(b_2) = f(1,1) = (2, 0, 1)$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Zad. 2 Dane są punkty

$$A = (1, 2, 0), \quad B = (0, 1, 1), \quad C = (1, 1, 1)$$

$$l: \text{prosta } k: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = z+2$$

a) równanie parametryczne pł.  $\pi$  przechodzącej przez A, B, C

$$\vec{AB} = [-1, -1, 1] \quad \vec{AC} = [0, -1, 1]$$

$$\pi: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t - s \\ z = 0 + t + s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

b) Czy  $k \perp \pi$ ?

$$\vec{a} = [2, 2, 1] \parallel k$$

$$\vec{b} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = [0, 1, 1]$$

$$\text{Czy } \vec{a} \parallel \vec{b} \quad \text{NIE} \quad l \not\perp \pi$$

Zad. 3  $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y} \cdot \frac{z}{y}$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{x^2+y}} \cdot 2x \cdot \frac{z}{y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2\sqrt{x^2+y}} \cdot \frac{z}{y} + \sqrt{x^2+y} \cdot z \cdot \frac{-1}{y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \sqrt{x^2+y} \cdot \frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{xz}{y\sqrt{x^2+y}} \right) = \frac{z + y\sqrt{x^2+y} - xz \cdot y \frac{1}{2\sqrt{x^2+y}} \cdot 2x}{y^2(x^2+y)}$$

Zad. 4 Oblicz pochodną kierunkową funkcji  $f(x,y) = x^y$   
 w punkcie  $P = (1, 1)$  w kierunku  $\vec{v} = (3, 4)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{9+16} = 5 \quad \hat{\vec{v}} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$f'_{\hat{\vec{v}}}(1,1) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) \cdot (1, 0) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x^y \ln x$$

$$\nabla f(x,y) = (y x^{y-1}, x^y \ln x) \quad \nabla f(1,1) = (1 \cdot 1^0, 1 \cdot 0) = (1, 0)$$