

**ALGEBRA - Kartkówka 1**

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

**Zadanie 1.** (5 pkt) Czy zbiór  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  wraz z działaniem  $\circ$  określonym wzorem

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad x \circ y = x \cdot |y|$$

tworzy półgrupę/grupę (przemienne)? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 2.** a) (5 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.

$$-i \cdot (\bar{z})^2 = z^3$$

b) (5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór  $A$ . Przedstaw niezbędne rachunki.

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \arg z = \arg \left[ \frac{(1-i)^5}{i^{11} \cdot (1+i\sqrt{3})^3} \right] \right\}$$

**Zadanie 3.** (5 pkt) Postępując się zasadą indukcji matematycznej, udowodnij stwierdzenie.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \sum_{k=1}^n k \cdot (k!) = (n+1)! - 1$$