WFiIS, fizyka techniczna, I rok, grupa 1 21 listopada 2023r.

ALGEBRA - Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

<u>**Zadanie**</u> **1.** *(4 pkt) Dany jest układ równań*

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 - px_4 = 2 \\ 8x_1 + 5x_2 - 2x_3 + (2-p)x_4 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + (p+1)x_3 - px_4 = p+5 \\ 8x_1 + 4x_2 + (p-1)x_3 - 2px_4 = p+7 \end{cases}.$$

a) Określ typ układu w zależności od parametru $p \in \mathbb{R}$. W przypadku układu nieoznaczonego podaj liczbę parametrów.
b) Rozwiąż układ równań dla $p = -3$.

<u>**Zadanie**</u> **2.** *a) (1 pkt) Dana jest macierz $A \in M_6(\mathbb{R})$, spełniająca równanie $A^3 - 4A^T = \mathbf{0}$. Podaj możliwe wartości wyznacznika macierzy A.*

b) (1 pkt) Dane są macierze $B, C \in M_4(\mathbb{R})$, o których wiadomo, że $\det B = 16$, zaś C powstaje z macierzy B poprzez wykonanie następujących operacji: zamiany miejscami kolumny pierwszej z kolumną czwartą, pomnożenia trzeciego wiersza przez $\frac{1}{4}$ oraz dodania do wiersza drugiego wiersza pierwszego. Oblicz wyznacznik macierzy C.

c) (7 pkt) Rozwiąż równanie macierzowe $E^4(X - 4I)^T = \frac{1}{2}E^3F^3D^{-1}D^T$ wiedząc, że $D, E, F \in M_4(\mathbb{R})$ są nieosobliwe, ponadto macierz D jest macierzą symetryczną, zaś

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt[3]{2} \end{bmatrix}.$$

<u>**Zadanie**</u> **3.** *(7 pkt) Dana jest prosta $l:\ x - 3 = 10 - 2y = 2z + 12$ oraz płaszczyzna $\pi:\ 2x + 3y - z + 1 = 0$. Wyznacz równanie parametryczne prostej l' będącej rzutem prostokątnym prostej l na płaszczyznę π. Ponadto wyznacz równanie płaszczyzny zawierającej proste l oraz l'.*