WFiIS, fizyka techniczna, I rok, grupa 1 28 listopada 2024r.

ALGEBRA - Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(5 pkt) Dany jest układ równań*

$$\begin{cases} (p-1)x_1 + x_2 + (p+2)x_3 + px_4 = 1 \\ + (p+2)x_2 + 3x_4 = p+5 \\ (2p-2)x_1 + 2x_2 + (p+4)x_3 + (2p+2)x_4 = 5 \\ (p-1)x_1 + x_2 + (p+4)x_3 + (p+3)x_4 = 5 \end{cases}.$$

Określ typ układu w zależności od parametru $p \in \mathbb{R}$. W przypadku układu nieoznaczonego podaj liczbę parametrów.

Zadanie 2. *(3 pkt) Czy podane stwierdzenia są prawdziwe, czy fałszywe?*

Dany jest układ równań $\begin{cases} ax + y = 1 \\ 2x - y = a \\ x + y = a \end{cases}$ *, gdzie $a \in \mathbb{R}$ jest parametrem.*

a) Dla każdego $a > 1$ układ jest sprzeczny.

b) Jeśli układ jest oznaczony, to $a = 1$ lub $a = -\frac{3}{2}$.

c) Można tak wybrać wartość a, by otrzymać układ nieoznaczony.

Zadanie 3. *(4 pkt) Rozwiąż równanie macierzowe*

$$\det C \cdot (X + 2I)^{-1} B^4 + D^{-1} D^T C^{-1} B^3 = 0$$

wiedząc, że $B, C, D \in M_4(\mathbb{R})$ są nieosobliwe, ponadto macierz D jest macierzą antysymetryczną,

$C = [c_{ij}]$, *gdzie* $c_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \ i \neq j \\ -5 + j & ; \ i = j \end{cases}$ *zaś* $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Zadanie 4. *(4+4 pkt) Dane są płaszczyzna π_1, prosta l, wektor $\vec{v}$ oraz punkty P_0, P_1.*

$$\pi_1 : 4x + 2y - z + 2 = 0 \qquad l : x = -2y - 2 = z + 1$$

$$\vec{v} = [-1, -2, -3] \qquad P_0 = (5, -1, 6) \qquad P_1 = (0, 3, 2)$$

a) Wyznacz rzut ukośny punktu P_0 w kierunku wektora $\vec{v}$ na prostą l.
b) Wyznacz punkt symetryczny do punktu P_1 względem płaszczyzny π_1.