

Zadanie domowe nr 3 - Geometria analityczna

Zadanie 1. Podaj wzór opisujący wszystkie punkty w $\mathbb{R}^3$, których rzutem prostokątnym na prostą $l: 2x - 4 = 2 - y = 2z + 4$ jest punkt $B = (3, 0, -1)$.

Zadanie 2. a) Napisz równanie ogólne płaszczyzny $\pi: \begin{cases} x = t \\ y = t - s \\ z = -1 + 2t + s \end{cases}; t, s, \in \mathbb{R}.$

b) Napisz równanie parametryczne płaszczyzny $\pi: 3x - y - z - 1 = 0$.

Zadanie 3. Dane są proste $l_1: x + 4 = 2y + 2 = z$ oraz $l_2: \begin{cases} x = -2s \\ y = 13 + 6s \\ z = 0 \end{cases}; s \in \mathbb{R}$. Niech A

będzie punktem przecięcia prostych l_1 i l_2 . Zapisz równanie prostej k takiej, że $k \perp l_1$, $k \perp l_2$ oraz $A \in k$.

Zadanie 4. Dana są proste $l_1: \frac{x-9}{8} = \frac{y-5}{3} = z - 2$ oraz $l_2: \frac{3x+9}{4} = y + 1 = \frac{24-3z}{7}$.

a) Wyznacz punkt P_0 przecięcia prostych l_1 i l_2 .

b) Napisz równanie ogólne i równanie parametryczne płaszczyzny π zawierającej proste l_1 i l_2 .

c) Napisz równania prostych l_3 i l_4 będących dwusiecznymi kątów utworzonych przez l_1 i l_2 .

Zadanie 5. Dane są prosta l i płaszczyzna π .

$$l: 3x - 3 = 6 - y = 2z - 8 \quad \pi: -3x + 2y - 2z - 29 = 0$$

Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach A, B, C , gdzie $A = (1, 2, 3)$, B jest rzutem prostokątnym punktu A na prostą l , zaś C jest punktem symetrycznym do punktu A względem płaszczyzny π .

Zadanie 6. Oblicz miarę kąta pomiędzy płaszczyzną π a prostą l .

$$\pi: x - z = 0, \quad l: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 \\ z = -2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Zadanie 7. Rozstrzygnij, czy podane stwierdzenia są prawdziwe, czy fałszywe.

$$\text{Dane są proste } l: \begin{cases} x = -s \\ y = 1 + (1 + a)s \\ z = 2 - 2as \end{cases}, s \in \mathbb{R} \text{ oraz } k: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = at \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

a) Można tak dobrać wartość parametru $a \in \mathbb{R}$, by proste k i l były równoległe.

b) Jeśli proste k i l są skośne, to wówczas $a = 0$.

c) Dla każdego $a < 2$ proste k i l mają punkt wspólny.