

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (9 pkt) Czy zbiór $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ wraz z działaniem $\circ$ określonym wzorem

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2$$

tworzy półgrupe/grupe (przemienną)? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. (5,5 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.

$$\bar{z}z^4 = (1 + i)^{20} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{8} + i \cos \frac{\pi}{8}\right)^{10}$$

Zadanie 3. (5,5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór A . Przedstaw niezbędne rachunki.

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{|z + 2|}{|2 - i|} \leq |1 - 2i| \cdot 10^{\arg(5)} \wedge \operatorname{Im}(z^4) < 0 \right\}$$

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (9 pkt) Czy zbiór $A := \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0\}$ wraz z działaniem $\circ$ określonym wzorem

$$\forall (a, b), (c, d) \in A \quad (a, b) \circ (c, d) = (a + c + 1, bd)$$

tworzy półgrupe/grupe (przemienną)? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. (6 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.

$$-iz^3 = (\bar{z})^2 \cdot \left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}\right)^4$$

Zadanie 3. (5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór A . Przedstaw niezbędne rachunki.

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \arg(2z + i) = \pi \wedge \operatorname{Re}[(1 + i)\bar{z} - 2i + 1] \geq 0\}$$
