WFiIS, fizyka techniczna, I rok, grupa 1 październik 2026r.

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(10 pkt) W zbiorze* $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *definiujemy działanie* $\circ$ *wzorem:*

$$\forall (x,y),(a,b) \in G \quad (x,y) \circ (a,b) = (x + a, y \cdot e^a + b)$$

Wykaż, że struktura $(G, \circ)$ *tworzy grupę. Czy jest to grupa przemienna? Odpowiedź uzasadnij.*

Zadanie 2. *(6 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.*

$$z^3 = Re(e^{i\pi}) \cdot \frac{(-1+i)^{10}}{(1+i)^6}$$

Zadanie 3. *(4 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór A. Przedstaw niezbędne rachunki.*

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : Im(z^2) > 0 \ \wedge \ |z - 2i| \leq |z + 2| \right\}$$

Zadanie 4. *(4 pkt) Dokonaj rozkładu wielomianu* W *na czynniki i podaj wszystkie jego pierwiastki, wiedząc, że jednym z pierwiastków jest* 1*.*

$$W(z) = z^5 - z^4 - 2z^3 + 2z^2 + z - 1$$

Zadanie 5. *(1 pkt) Czy podane stwierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe? Odpowiedź uzasadnij.*

$\left(\cos \frac{2\pi}{81} + i \sin \frac{2\pi}{81}\right)^{27} = -1.$

WFiIS, fizyka techniczna, I rok, grupa 2 październik 2026r.

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(10 pkt) W zbiorze* $G = (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times \mathbb{R}$ *definiujemy działanie* $*$ *wzorem:*

$$\forall (a,b),(c,d) \in G \quad (a,b) * (c,d) = (ac, b \cdot c^2 + d)$$

Wykaż, że struktura $(G, *)$ *tworzy grupę. Czy jest to grupa przemienna? Odpowiedź uzasadnij.*

Zadanie 2. *(6 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.*

$$z^4 = Im(e^{i\frac{\pi}{2}}) \cdot \frac{(1 - i\sqrt{3})^9}{i^{13}}$$

Zadanie 3. *(4 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór B. Przedstaw niezbędne rachunki.*

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} : Re(z^2) < 0 \ \wedge \ |z - i| > |z - 1| \right\}$$

Zadanie 4. *(4 pkt) Dokonaj rozkładu wielomianu* W *na czynniki i podaj wszystkie jego pierwiastki, wiedząc, że jednym z pierwiastków jest* -1*.*

$$W(z) = z^5 + z^4 - 6z^3 - 6z^2 + 9z + 9$$

Zadanie 5. *(1 pkt) Czy podane stwierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe? Odpowiedź uzasadnij.*

Argument główny liczby $(1 - i)^{20}$ *wynosi 0.*
