WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 3 7 grudnia 2021r.

ALGEBRA - Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 30 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(10 pkt) Określ ilość rozwiązań układu w zależności od parametru $p \in \mathbb{R}$. W przypadku układu nieoznaczonego podaj liczbę parametrów.*

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} px_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & (1-p)x_4 & = & 1 \\ px_1 & + & px_2 & & & + & (1-p)x_4 & = & 4 \\ -3px_1 & + & (p-8)x_2 & + & (6-p)x_3 & + & (3p-2)x_4 & = & p+1 \\ & & (2-p)x_2 & + & (1-p)x_3 & + & x_4 & = & p-2 \\ 2px_1 & + & 2px_2 & + & & + & (3-p)x_4 & = & p+9 \end{array}\right. .$$

Zadanie 2. *(10 pkt) Dane są proste l_1, l_2 oraz płaszczyzna π_1.*

$$l_1: \; 2x-6=-3y-3=z-7, \qquad l_2: \; x-1=2-y=\frac{z-3}{2}, \qquad \pi_1: \; 4x-y+2z-8=0$$

Napisz równanie ogólne i parametryczne płaszczyzny π przechodzącej przez punkty A, B, C, jeżeli A jest punktem przecięcia prostych l_1 i l_2, B jest punktem przecięcia płaszczyzny π_1 z osią Oz, zaś C jest punktem symetrycznym do punktu $D=(1,-5,10)$ względem płaszczyzny π_1.

Zadanie 3. *(10 pkt) Dane są macierze* $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ *oraz macierze* $C, D, E \in M_4(\mathbb{R})$, *o których wiadomo, że* $D=[d_{ij}]$, *gdzie* $d_{ij} = \begin{cases} i-j & ; \; i<j \\ 2 & ; \; i \geq j \end{cases}$, $\det(E) = \frac{18}{3}$ *i C powstaje z macierzy E poprzez zamianę miejscami kolumny pierwszej i drugiej oraz pomnożenia drugiego wiersza przez* $\frac{1}{36}$.

a) *Oblicz* $\alpha = \det(3C^T D^{-1})$.

b) *Rozwiąż równanie macierzowe* $\left(I - X^T\right)^{-1} \cdot B^2 = \alpha \cdot A^T \cdot B^3$.