WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 3 11 stycznia 2022r.

ALGEBRA - Kartkówka 3

Łącznie można otrzymać 50 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(13 pkt) Niech* $U = \{p \in \mathbb{R}_4[x] : p(0) = 0 \wedge p''(1) = 0\}$.
a) Uzasadnij, że U *jest podprzestrzenią liniową przestrzeni* $\mathbb{R}_4[x]$.
b) Wskaż generatory przestrzeni U *oraz jej bazę. Podaj wymiar* U.
c) Czy $r = -2x^4 + 4x^3 + 5x$ *należy do* U*? Jesli tak, oblicz jego współrzędne w wyznaczonej bazie przestrzeni* U.

Zadanie 2. *(21 pkt) Odwzorowanie liniowe* $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ *dane jest za pomocą przyporządkowania*

$$\varphi(1,2,0,0) = (5,1,2), \quad \varphi(0,1,1,0) = (3,2,1), \quad \varphi(-1,0,3,0) = (2,5,-2), \quad \varphi(0,0,0,1) = (-1,1,3).$$

a) Podaj wzór odwzorowania φ.
b) Wyznacz obraz φ*. Wskaż bazę i określ wymiar. Czy* φ *jest monomorfizmem/epimorfizmem?*
c) Wyznacz macierz A' *odwzorowania* φ *w bazach*

$$\mathcal{B} = \Big((1,2,0,0),\ (0,1,1,0)\ (-1,0,3,0)\ (0,0,0,1)\Big), \quad \mathcal{C} = \Big((10,2,6),\ (-1,0,-1),\ (3,1,0)\Big),$$

a następnie za pomocą macierzy A' *oblicz* $\varphi(0,1,1,0)$.

Zadanie 3. *(16 pkt) Dana jest macierz* $A \in M_4(\mathbb{R})$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ *endomorfizmu* $\varphi \in End(\mathbb{R}^4)$.

a) Uzasadnij, że A *jest diagonalizowalna.*
b) Podaj macierz diagonalizującą P *oraz macierz diagonalną* D.
c) Oblicz $\varphi^{100}(2,1,1,0)$.