

Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (5,5 pkt) Wyznacz dziedzinę naturalną funkcji. Zapisz ją jako przedział lub sumę przedziałów.

$$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{3} + \operatorname{arctg} x}}{\arccos \frac{x+3}{4}} + \log_2 \left[-2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} - 1 \right]$$

Zadanie 2. a) (2 pkt) Oblicz $\arccos(\sin(\frac{16}{3}\pi))$ oraz $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 3)$.

b) (3,5 pkt) Uzasadnij odwracalność funkcji f . Podaj przepis i dziedzinę funkcji f^{-1} .

$$f(x) = \frac{2}{3\operatorname{arctg} x - \pi}, \quad x \in (\sqrt{3}, \infty)$$

Zadanie 3. (8 pkt) Oblicz granice lub uzasadnij, że nie istnieją. Nie zapomnij o stosownych komentarzach.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} (e - n^4) \cdot \cos \frac{2}{\sqrt{n}} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{3n^4 + \pi} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n} \right) \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} + 1} \cdot \sin \frac{\pi(n+1)}{2} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4^x + 2^x + 1} - \sqrt{4^x + 2}}{x}$$

Zadanie 4. (6 pkt) Zbadaj ciągłość oraz ciągłość jednostronną funkcji f w całej dziedzinie. Określ rodzaj punktów nieciągłości.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\frac{1}{2} & ; x = 0 \\ \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + x) - 1}{x^2} & ; x \in (0, 1) \\ \cos 1 - 1 & ; x = 1 \\ \frac{\ln(1 + \sqrt{x-1})}{x^2 - 1} & ; x > 1 \end{cases}$$