

Zadanie domowe nr 1 - Struktury algebraiczne, liczby zespolone

Zadanie 1. a) Czy działanie \circ określone wzorem

$$x \circ y = x + (-1)^x \cdot y$$

jest działaniem łącznym w zbiorze \mathbb{Z} ?

b) Czy $(\mathbb{R} \setminus \{-1\}, \circ)$ jest półgrupą/grupą (przemienną)?

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad x \circ y := x + y + xy$$

b) Czy $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \circ)$ jest półgrupą/grupą (przemienną)?

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad x \circ y := x \cdot |y|$$

Zadanie 2. Wyznacz $\arg\left[\left(\sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3}\right)^{17}\right]$.

Zadanie 3. Rozwiąż równania.

$$a) z^4 = \frac{i-1}{\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}} \quad b) z^3 = \frac{(i-1)^7}{(\sqrt{3}-i)^5} \quad c) z^3 = (2-2i)^9 \quad d) (iz+2)^4 = (z-4i)^4$$

$$e) 9iz^3 = (\bar{z})^5 \quad f) z^{11} = (\bar{z})^{11} \quad g) z^3 - 3z^2 + 6z - 4 = 0$$

Zadanie 4. Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej podane zbiory.

a)

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}) \leq \left|\frac{1}{2}i\bar{z} - 2 + 6i\right| < |\sqrt{3} + i|^2\}$$

b)

$$B = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z^6) < 0\}$$