WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 2 12 listopada 2024r.

Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(2 pkt) Funkcja f dana jest wzorem* $f(x) = \operatorname{arctg}^5(\sqrt[5]{x})$. *Oblicz (jeśli istnieje)* $f'(0)$.

Zadanie 2. *(8 pkt) Określ przedziały wypukłości/wklęsłości funkcji f. Wskaż punkty przegięcia.*

$$f(x) = e^{\sqrt[5]{x}}$$

Zadanie 3. *(4+4 pkt) Korzystając z reguły de l'Hôpitala, oblicz granice.*

$$a)\ \lim_{x\to 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x} \qquad b)\ \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x\right)$$

Zadanie 4. *(4 pkt) Czy funkcja f osiąga wartość największą i wartość najmniejszą w przedziale* $[2\pi, \frac{5}{2}\pi]$*? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli tak, wyznacz te wartości.*

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}\cos x + \sin x$$

Zadanie 5. *(3 pkt) Narysuj przykładowy wykres funkcji f spełniającej równocześnie wszystkie podane warunki.*

- *Dziedziną f jest* $(-2, \infty)$.
- f *ma w* $x = -2$ *asymptotę pionową prawostronną.*
- $f'(x) < 0$ *dla* $x \in (-2, 0)$
- f *jest w punkcie* $x = 0$ *ciągła ale nie różniczkowalna.*
- $f''(x) < 0$ *dla* $x > 0$
- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 3 12 listopada 2024r.

Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 6. *(2 pkt) Funkcja f dana jest wzorem* $f(x) = \sin^7\left(\sqrt[7]{x-1}\right)$. *Oblicz (jeśli istnieje)* $f'(1)$.

Zadanie 7. *(8 pkt) Określ przedziały wypukłości/wklęsłości funkcji f. Wskaż punkty przegięcia.*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \log_{\frac{1}{2}} x$$

Zadanie 8. *(4+4 pkt) Korzystając z reguły de l'Hôpitala, oblicz granice.*

$$a)\ \lim_{x\to 0^+} \left[\ln(1+x)\right]^x \qquad b)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{e^x}{e^x-1} - \frac{1}{x}\right)$$

Zadanie 9. *(4 pkt) Czy funkcja f osiąga wartość największą i wartość najmniejszą w swojej dziedzinie? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli tak, wyznacz te wartości.*

$$f(x) = \arcsin\frac{1}{\sqrt{x}} + \arccos(1-x)$$

Zadanie 10. *(3 pkt) Narysuj przykładowy wykres funkcji f spełniającej równocześnie wszystkie podane warunki.*

- *Dziedziną f jest* $(-\infty, 2)$.
- *f ma w $x = 0$ asymptotę pionową obustronną.*
- $f''(x) > 0$ *dla* $x \in (0, 2)$
- *f osiąga w punkcie $x = -2$ minimum lokalne.*
- $f'(x) > 0$ *dla* $x \in (-3, -2)$
- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$