

Kartkówka 4

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (3+2,5 pkt) Oblicz lub uzasadnij, że nie istnieją granice.

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y}{4x^2+3y^3} \quad b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^4-y^4)}{x^2-y^2}$$

Zadanie 2. (3 pkt) Korzystając z definicji, oblicz (jeśli istnieje) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$.

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{x^2+y^2}} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Zadanie 3. (5,5 pkt) Oblicz pochodną kierunkową funkcji f danej wzorem $f(x, y) = (x^2 + 6xy + 4)\sqrt{xy}$ w punkcie $P_0 = (1, 1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = [3, -4]$.

Zadanie 4. (4 pkt) Zapisz równanie prostej stycznej w punkcie $P_0 = (1, 2, \frac{\pi}{6})$ do krzywej C .

$$C : \begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = 2 \\ z(t) = \arcsin \frac{2}{t^3+3} \end{cases}, t \geq -1.$$

Zadanie 5. (7 pkt) Wyznacz ekstrema lokalne funkcji f danej wzorem $f(x, y) = 3xe^y - x^3 - e^{3y}$. Określ, czy są to minima lokalne, czy maksima lokalne.

Kartkówka 4

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (3+2,5 pkt) Oblicz lub uzasadnij, że nie istnieją granice.

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+3y^2}{x^2+y^2} \qquad b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}$$

Zadanie 2. (3 pkt) Korzystając z definicji, oblicz (jeśli istnieje) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$.

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^4 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^4+y^2}\right) & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

Zadanie 3. (5,5 pkt) Oblicz pochodną kierunkową funkcji f danej wzorem $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2} \cdot \arctg \frac{z+1}{y^2+1}$ w punkcie $P_0 = (1, 1, -1)$ w kierunku wektora $\vec{v} = [\sqrt{3}, 2, 3]$.

Zadanie 4. (4 pkt) Zapisz równanie prostej stycznej w punkcie $P_0 = (\ln \frac{1}{2}, 1, \pi)$ do krzywej C .

$$C : \begin{cases} x(t) = \ln(\cos^2 t) \\ y(t) = 1 \\ z(t) = 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Zadanie 5. (7 pkt) Wyznacz ekstrema lokalne funkcji f danej wzorem $f(x, y) = e^{1+x} + e^{y-x} + e^{2-y}$. Określ, czy są to minima lokalne, czy maksima lokalne.