

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (9 pkt) Czy zbiór $A := \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0\}$ wraz z działaniem $\circ$ określonym wzorem

$$\forall (a, b), (c, d) \in A \quad (a, b) \circ (c, d) = (a + c, bd)$$

tworzy półgrupę/grupę (przemienną)? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. (6 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.

$$z^6 = (1 + i) \cdot (i \cdot \bar{z})^2$$

Zadanie 3. (5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór A . Przedstaw niezbędne rachunki.

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| \frac{z+i}{z^2+1} \right| \geq 1 \wedge |z+1-i| \leq |z-1-i| \wedge \arg(iz) = \pi \right\}$$

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. (9 pkt) Czy zbiór $A := \{a + bi \in \mathbb{C} : a, b \in \mathbb{Z}\}$ wraz z działaniami dodawania i mnożenia liczb zespolonych ma strukturę pierścienia (przemiennego, z jedynką)? A ciała? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. (6 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie.

$$|z^3| \cdot z^3 = \bar{z} \cdot \left(\sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3} \right)^5$$

Zadanie 3. (5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór A . Przedstaw niezbędne rachunki.

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{2z+1}{iz+1} \right) = -2 \right\}$$