

Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 25 punktów. Należy przedstawić wszystkie rachunki. Proszę nie zapominać o stosownych komentarzach. Powodzenia.

Zadanie 1. (2 pkt) Oblicz. a) $\operatorname{tg}(-\operatorname{arctg} 5)$ b) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{11}{4}\pi\right)\right)$

Zadanie 2. (8 pkt) Wyznacz dziedzinę naturalną funkcji f . Zapisz ją jako przedział lub sumę przedziałów.

$$f(x) = \frac{\ln(\operatorname{arctg}(x-4))}{\sin(2\operatorname{arctg}(x-3))} \cdot \frac{\arccos \frac{2x^2-8}{6x^2}}{\sqrt{x-1}} + \frac{\log\left(\frac{7}{2} - x\right)}{\sqrt{|\sin \pi x| - \sin \pi x - 1}}$$

Zadanie 3. (9 pkt) Rozpoznaj symbol nieoznaczony. Czy istnieją podane granice? Jeśli tak, oblicz je, jeśli nie, uzasadnij dlaczego.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \cdot \left[\ln(n+1) - \ln(n+2) \right] & \text{b)} \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \sqrt{n} \cdot (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \\ \text{c)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-2^{-5x}}{5^x-1} + \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{5} \right) \end{aligned}$$

Zadanie 4. (6 pkt) Zbadaj ciągłość oraz ciągłość jednostronną funkcji f w całej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + \frac{\operatorname{arctg} x}{3x - \frac{6}{x+1}} & ; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1\} \\ -2 & ; \quad x \in \{-2, -1, 1\} \end{cases}$$
