

Zadanie domowe nr 3 - Granica i ciągłość funkcji

Zadanie 1. Oblicz granice (bez użycia reguły de l'Hôpitala) lub uzasadnij, że nie istnieją.

$$a) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^3 - 729}{x - \sqrt{x} - 6} \qquad g) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x e^{\frac{-1}{x^2}} \sin \frac{1}{x^4} \right)^{e^{\frac{1}{x^2}}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + 6x) \qquad h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 3^{-x})^3 (1 - \cos \frac{x}{5})}{\arctg^5(\pi x)}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \sin \sqrt[5]{x} \cdot \sin \frac{5}{x} \qquad i) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3^{x-3} - x^2 + 8}{x - 3}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sin^4 x + \cos^4 x} \qquad j) \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2 + e^{3x})}{\ln(3 + e^{2x})} \qquad k) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^{\sqrt{x}} - (\sqrt{x})^x)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 4\pi^2} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2\pi)(\sqrt{x} + 2\pi)} \qquad l) \lim_{x \rightarrow 3^+} \sin \frac{x-3}{x^2 - 6x + 9}$$

Zadanie 2. Zbadaj ciągłość funkcji f w całej dziedzinie. W punktach nieciągłości zbadaj ciągłość jednostronną. Określ rodzaj punktów nieciągłości.

$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{\sin x}{2x - \frac{12}{x-1}} & ; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 3\} \\ 1 & ; \quad x \in \{-2, 1, 3\} \end{cases}$$

Zadania nieobowiązkowe

Zadanie 3. Oblicz granice (bez użycia reguły l'Hôpitala).

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{1 - \operatorname{ctg} x} \qquad b) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - \cos x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

Zadanie 4. Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ zachodzi równość $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a + b \ln(x-1)}{x-2} = 7$?