WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 1 październik 2026r.

ALGEBRA - Kartkówka 1

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(9 pkt) Czy zbiór* $A := \mathbb{R} \setminus \{3\}$ *wraz z działaniem* $\circ$ *określonym wzorem*

$$\forall x, y \in A \quad x \circ y = (x-3)(y-3)+3$$

tworzy półgrupę/monoid/grupę (przemienną)? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. *(5 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych podane równanie. Zamieść wszystkie rachunki.*

$$z \cdot \bar{z}^3 = (1-i)^{12} \cdot \left(-\sin\frac{\pi}{12} + i\cos\frac{\pi}{12}\right)^8$$

Zadanie 3. *(5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór* B*. Przedstaw niezbędne rachunki.*

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z+3| \cdot |1-i| \leq |2+2i| \cdot \sqrt{2} \quad \wedge \quad Im(z^4) > 0 \right\}$$

Zadanie 4. *(1 pkt) Czy podane stwierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe? Odpowiedź uzasadnij.*

Niech $z = a + bi$*, gdzie* $a, b \in \mathbb{R}$*,* $a > 0$*,* $b > 0$*. Wówczas* $Re(z^2) > 0$ *oraz* $Im(z^2) > 0$*.*

WFiIS, informatyka stosowana, I rok, grupa 1 październik 2026r.

ALGEBRA - Kartkówka 2

Łącznie można otrzymać 20 punktów. Powodzenia.

Zadanie 1. *(9 pkt) W zbiorze liczb rzeczywistych* $\mathbb{R}$ *definiujemy działanie* $\star$ *wzorem*

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x \star y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 8}$$

Zbadaj, czy struktura $(\mathbb{R}, \star)$ *tworzy półgrupę, monoid lub grupę (abelową). Odpowiedź uzasadnij.*

Zadanie 2. *(5 pkt) Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych poniższe równanie. Zamieść wszystkie rachunki. Wynik końcowy przedstaw w postaci algebraicznej.*

$$z^6 + (2-2i)^4 \cdot z^2 = 0$$

Zadanie 3. *(5 pkt) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiór* B*. Przedstaw niezbędne rachunki.*

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} : Re\left(\frac{z-2i}{z+2}\right) \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{\pi}{4} \leq \arg(z+i) \leq \frac{3\pi}{4} \right\}$$

Zadanie 4. *(1 pkt) Czy podane stwierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe? Odpowiedź uzasadnij.*

Możliwe jest, by wielomian zmiennej zespolonej o współczynnikach rzeczywistych stopnia 5 *miał dwa pierwiastki rzeczywiste i trzy zespolone.*