

Teoria Obliczeń i Złożoności Obliczeniowej  
Kolokwium (2009)

Imię i nazwisko: \_\_\_\_\_

A

[10pkt.] **Zadanie 1. (programowanie MT)** Proszę podać jednotaśmową (deterministyczną) maszynę Turinga, która akceptuje język  $L$ , nad alfabetem  $\Sigma = \{0, 1\}$ , podany poniżej:

$$L = \{0^{n_1}10^{n_2}1 \cdots 10^{n_k}1 \mid (\forall i)[n_{i+1} = n_i + 1]\}.$$

Proszę podać: (a) Krótki opis działania maszyny w języku polskim oraz (b) tabelę specyfikującą funkcję przejścia. Można założyć, że maszyna ma taśmę nieskończoną w obie strony.

[10pkt.] **Zadanie 2. (równoważność modeli)** Rozważmy model maszyny Turinga z taśmą dwuwymiarową. Maszyna może w jednym kroku przesunąć głowicę w lewo, w prawo, w górę, lub w dół. Proszę pokazać, że jeśli  $M$  to maszyna z dwuwymiarową taśmą, to  $L(M) \in \text{RE}$ . Aby otrzymać pełną ilość punktów należy wskazać symulację na maszynie 3-taśmowej, w której  $k$ -ty krok maszyny z taśmą dwuwymiarową można zasymulować w czasie  $O(k)$ . Symulacje nie spełniające tego warunku otrzymają najwyżej 6pkt.

[10pkt.] **Zadanie 3. (klasyfikacja)** Rozważmy następujący język:

$$L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ zawiera wyłącznie słowa o długości parzystej}\}.$$

Proszę podać do której klasy należy  $L$  ( $\text{R}$ ,  $\text{RE}$ ,  $\text{coRE}$ ) oraz uzasadnić swoją odpowiedź. Uzasadnienie powinno zawierać argument dlaczego język należy do podanej klasy i dlaczego nie należy do pozostałych dwóch.

[10pkt.] **Zadanie 4.** Niech  $B$  będzie pewnym językiem z  $\text{RE} - \text{R}$ . Przez  $B'$  rozumiemy podzbiór  $B$  zawierający wyłącznie słowa długości parzystej, a przez  $B''$  rozumiemy  $B - B'$  (tj., podzbiór  $B$  zawierający wyłącznie słowa długości nieparzystej). Proszę pokazać:

- (a) Przynajmniej jeden z  $B'$ ,  $B''$  nie należy do  $\text{R}$ .
- (b) Przykład  $B$  takiego, że  $B' \in \text{R}$  oraz  $B'' \notin \text{R}$ .
- (c) Przykład  $B$  takiego, że  $B' \notin \text{R}$  oraz  $B'' \notin \text{R}$ .