

Σ	Z1	Z2	Z3	D

Teoria Obliczeń i Złożoności Obliczeniowej
Kolokwium (2010)

Imię i nazwisko: _____ A

[10pkt.] **Zadanie 1. (Tw. o podzbiorze nierozstrzygalnym)** W ramach ćwiczeń udowodniliśmy, że każdy język nierozstrzygalny ma nieskończony podzbiór rozstrzygalny. W tym zadaniu naszym celem jest przejście w drugą stronę. Proszę udowodnić, że każdy nieskończony język rozstrzygalny posiada podzbiór nierozstrzygalny.

[10pkt.] **Zadanie 2. (programowanie MT)** Niech i będzie pewną liczbą naturalną. Przez $\text{bin}(i)$ rozumiemy napis nad alfabetem $\{0, 1\}$ odpowiadający binarnemu zapisowi liczby i . Na przykład $\text{bin}(0) = 0$ oraz $\text{bin}(6) = 110$. Proszę podać jednotaśmową (deterministyczną) maszynę Turinga, która akceptuje język L , nad alfabetem $\Sigma = \{0, 1, \#\}$, podany poniżej:

$$L = \{\text{bin}(i-1)\#\text{bin}(i+1) \mid i \in \mathbb{N}, i > 0\}.$$

Proszę podać: (a) Krótki opis działania maszyny w języku polskim oraz (b) tabelę specyfikującą funkcję przejścia, oraz (c) przykład działania dla wejścia $100\#110$. Można założyć, że maszyna ma taśmę nieskończoną w obie strony.

[10pkt.] **Zadanie 3. (klasyfikacja)** Rozważmy następujący język:

$$L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ jest skończony i } |L(M)| < 1012\}.$$

Proszę podać do której klasy spośród R, RE i coRE należy L oraz uzasadnić dlaczego nie należy do pozostałych dwóch.

[10pkt.] **Zadanie Dodatkowe (oceniane tylko jeśli praca otrzymała przynajmniej 60% punktów z pozostałych pytań).** Załóżmy, że $(M_i)_{i=1}^{\infty}$ to pewien ciąg maszyn Turinga, z których każda rozstrzyga o jakimś języku. Definiujemy język A :

$$A = \{\langle M_i \rangle \mid i \in \mathbb{N}\}$$

To znaczy, A zawiera dokładnie opisy maszyn z ciągu $(M_i)_{i=1}^{\infty}$. Proszę pokazać, że jeśli A jest rekursywnie przeliczalny to istnieje rozstrzygalny język B , taki że żadna maszyna z ciągu $(M_i)_{i=1}^{\infty}$ nie rozstrzyga o B .