Σ	Z1	Z2	Z3	D

Teoria Obliczeń i Złożóności Obliczeniowej

Kolokwium (2012)

Imię i nazwisko: ______________________________ **A**

[10pkt.] Zadanie 1. (Równoważność modeli obliczeń.) Losująca maszyna Turinga to standardowa maszyna, w której alfabet roboczy Γ został poszerzony o specjalny symbol '?'. Gdy funkcja przejścia mówi maszynie, że ma wypisać '?', maszyna wybiera losowo jeden z symboli z Γ (oprócz $\square$ oraz '?') i to jego wypisuje. Mówimy, że maszyna losująca M akceptuje dany napis x jeśli istnieje niezerowe prawdopodobieństwo, że obliczenia M na x doprowadzą do stanu akceptującego. Proszę udowodnić, że jeśli dany język L jest akceptowany przez pewną maszynę losującą M, to istnieje standardowa maszyna Turinga N, która również go akceptuje.

[10pkt.] Zadanie 2. (Klasyfikacja) Rozważmy następujący język:

$$L = \{\langle M_1, M_2\rangle \mid L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset\}.$$

Dla każdej z klas R, RE i coRE proszę stwierdzić, czy L należy do tej klasy oraz odpowiedź uzasadnić.

[10pkt.] Zadanie 3. (Operacje na językach). Różnica symetryczna dwóch języków A i B jest zdefiniowana jako $A \ominus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Proszę stwierdzić (i odpowiedź uzasadnić) czy klasa coRE jest zamknięta ze względu na różnicę symetryczną.

[10pkt.] Zadanie dodatkowe. Dany jest pewien język U taki, że (a) $U \subseteq \{1\}^*$ oraz (b) U jest nierozstrzygalny. Definiujemy funkcję $f\colon \mathbb{N} \to \{a, b\}$ następująco:

$$f(n) = \begin{cases} a & \text{, jeśli } 1^n \in U, \\ b & \text{, jeśli } 1^n \notin U, \end{cases}$$

Definiujemy język $L = \{f(1), f(1)f(2), f(1)f(2)f(3), \ldots\}$. Proszę udowodnić, że każdy nieskończony podzbiór L jest nierozstrzygalny (podpowiedź: dowód nie wprost).