

Σ	Z1	Z2	Z3	Z4

Teoria Obliczeń i Złożoności Obliczeniowej
Kolokwium (2010)

Imię i nazwisko: _____

A

Należy rozwiązać dowolnie wybrane 3 zadania. Mamy dane definicje następujących problemów NP-zupełnych.

Nazwa: SAT

Dane: Formuła logiczna F nad zmiennymi x_1, \dots, x_n , zawierająca operatory \wedge, \vee , negację, oraz nawiasy.

Pytanie: Czy istnieje wartościowanie zmiennych x_1, \dots, x_n takie, że wartością logiczną F jest prawda?

Nazwa: SetPacking

Dane: Rodzina zbiorów $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$ oraz liczba $k \in \mathbb{N}$.

Pytanie: Czy z \mathcal{S} można wybrać k parami rozłącznych zbiorów?

Nazwa: ILP

Dane: Macierz A liczb naturalnych o n wierszach i m kolumnach oraz n wymiarowy wektor kolumnowy b .

Pytanie: Czy istnieje rozwiązanie w liczbach całkowitych nierówności $Ax \leq b$, gdzie x to m wymiarowy wektor kolumnowy zmiennych x_1, \dots, x_n ?

[10pkt.] **Zadanie 1. (Redukcja do ILP)** Proszę pokazać, że SetPacking \leq_m^p ILP.

[10pkt.] **Zadanie 2. (SAT)** Niech SAT' będzie wersją problemu SAT, która zawiera tylko takie spełnialne formuły w których każda zmienna występuje najwyżej 3 razy. Proszę udowodnić, że SAT' jest NP-zupełny.

[10pkt.] **Zadanie 3. (Problemy poszukiwawcze i decyzyjne)** Mamy daną z zewnątrz procedurę \mathcal{A} , która dostając na wejściu egzemplarz problemu HittingSet zwraca informację, czy dla tego egzemplarza problemu odpowiedź brzmi *tak* czy *nie*.

Proszę opisać algorytm, który mając na wejściu egzemplarz (B, \mathcal{S}, k) problemu HittingSet (dla którego odpowiedzią jest *tak*) zwraca zbiór B' o którego istnienie pyta problem HittingSet. Algorytm powinien działać w czasie wielomianowym (zakładając, że nie liczymy czasu potrzebnego na wykonanie procedury \mathcal{A}).

[10pkt.] **Zadanie 4. (Zamkniętość NP)** Mamy dany język L oraz niedeterministyczną maszynę Turinga N , która rozstrzyga o L w czasie $O(n)$. Proszę pokazać, że istnieje niedeterministyczna maszyna Turinga, która rozstrzyga o języku $L' = L^2 \cup L^4 \cup L^6 \dots$ w czasie $O(n)$.